

УДК 004.4+519.1

[https://doi.org/10.32515/2664-262X.2025.12\(43\).1.31-43](https://doi.org/10.32515/2664-262X.2025.12(43).1.31-43)

М. Ф. Семенюта¹, доц., канд. ф.-м. наук, **С. М. Якименко**¹, доц., канд. ф.-м. наук,
С. І. Осадчий², проф., д-р техн. наук

¹Центральноукраїнський національний технічний університет, м. Кропивницький, Україна

²Українська державна льотна академія, м. Кропивницький, Україна

e-mail: semeniutamf@kntu.kr.ua, yasm@i.ua, srg2005@ukr.net

Оптимальне планування маршрутів безпілотних літальних апаратів для ефективного покриття заданої території

Робота присвячена розв'язанню проблеми обльоту сонячних панелей при їх технічному обслуговуванні, яка є частинним випадком задачі комівояжера. Розглянуто алгоритми здатні швидко розраховувати маршрути без значного навантаження на обчислювальні ресурси. Розроблено програму, що реалізує описану математичну модель задачі. Експериментальні дослідження дозволили визначити ефективність задіяних алгоритмів.

БПЛА, задача комівояжера, жадібний метод, 2-Opt алгоритм, мурашиний алгоритм, генетичний алгоритм, граф

Постановка проблеми. Оптимізація маршрутів безпілотних літальних апаратів (БПЛА) є однією з ключових задач у сфері автономних систем та штучного інтелекту. Вона набуває особливого значення через широке використання БПЛА у цивільних і військових сферах. Ефективне прокладання маршрутів дозволяє підвищити продуктивність місій, зменшити витрати енергії та забезпечити точний збір даних. Основні критерії оптимізації включають мінімізацію часу виконання місії, зниження енергоспоживання та максимальне покриття досліджуваної території при дотриманні експлуатаційних обмежень, таких як ємність батареї та навігаційні можливості БПЛА [1].

У даній роботі розглядається задача оптимального планування маршруту БПЛА для обльоту заданого набору точок, що використовуються для збору даних, моніторингу або виявлення аномальних явищ. Для її розв'язання застосовуються як офлайн, так і онлайн методи планування. Серед найпоширеніших підходів – класичні алгоритми дискретної оптимізації (динамічне програмування, алгоритм Дейкстри, A* алгоритм), евристичні методи (жадібний алгоритм, 2-opt, генетичні алгоритми, мурашиний алгоритм) та комбіновані стратегії, що поєднують декілька підходів для підвищення ефективності. Однак жоден з них не є універсальним, оскільки їх продуктивність залежить від складності місії, кількості точок, обмежень енергоспоживання, особливостей середовища та специфіки задачі [2-4]. Додаткову складність вносить необхідність адаптації маршруту в реальному часі у відповідь на змінні фактори, такі як поява нових перешкод, зміни погодних умов або непередбачувані технічні обмеження. БПЛА оснащені процесорами з обмеженою продуктивністю, що вимагає алгоритмів, здатних швидко розраховувати маршрути без значного навантаження на обчислювальні ресурси.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Планування маршруту БПЛА через контрольні точки є варіантом задачі покриття цілей, де необхідно відвідати заданий набір точок з урахуванням певних обмежень. Вона перетворюється на задачу комівояжера

(TSP), коли точки старту і фінішу збігаються. Така задача є NP-повною і класичні методи неперервної оптимізації малоприменні для неї, тому використовуються методи комбінаторної оптимізації. Огляд існуючих стратегій планування маршруту БПЛА представлений у роботах [1-9]. Переважна більшість запропонованих алгоритмів ґрунтується на евристичних чи метаевристичних підходах. Жадібний алгоритм є типовим прикладом евристики. Він вибирає найбільш вигідне рішення на кожному етапі (наприклад, вибір наступної точки в задачі комівояжера, що дає найменшу відстань), не враховуючи майбутні наслідки, що може призвести до субоптимальних рішень [10].

2-Opt алгоритм відноситься до найпростіших евристик та разом з його модифікаціями є важливим інструментом розв'язку задачі комівояжера [11]. Він починається з довільного огляду маршруту, а потім неодноразово замінює два ребра маршруту двома іншими ребрами, якщо це дає кращий результат. 2-Opt припиняє роботу, якщо неможливо внести подальші покращення в маршрут, який називають 2-оптимальним. В оригінальному варіанті евристики Ліна-Кернігана [12] допускаються k -заміни, які можуть бути подані у вигляді 2- або 3-замін з наступними 2-замінами.

Метаевристики орієнтовані на знаходження хороших рішень за розумний час, навіть для складних задач, проте не гарантують оптимальності. Вони універсальні, оскільки не залежать від специфіки задачі та можуть застосовуватись до різних типів комбінаторних задач. Ці алгоритми часто імітують природні процеси або еволюційні механізми. До таких алгоритмів відносяться алгоритм мурашиних колоній (АСО), що використовує феромони для пошуку оптимальних або наближених до оптимальних рішень; генетичні алгоритми (GA), які імітують еволюційні процеси з мутаціями, схрещуванням та відбором. Ці методи є важливими інструментами в задачах комбінаторної оптимізації, оскільки дозволяють знаходити якісні рішення в реальному часі, навіть для динамічних або непередбачуваних умов.

Алгоритм оптимізації мурашиних колоній (АСО) є одним з базових методів в задачах комбінаторної оптимізації, зокрема задачі комівояжера при плануванні маршрутів для БПЛА [13]. Різні дослідники запропонували низку вдосконалень АСО, щоб підвищити його ефективність та адаптивність в динамічних умовах. Одним із напрямків вдосконалення є впровадження динамічних евристичних функцій і використання В-сплайнів, що дозволяє створювати плавні траєкторії та досягати більш швидкої збіжності алгоритму [14]. Інтеграція кількох евристичних елементів разом із накладанням обмежень на рівень феромонів допомагає уникати локальних оптимумів і підвищує ефективність пошуку в складних середовищах.

Генетичні алгоритми активно використовуються для оптимізації маршрутів БПЛА, що дозволяє значно зменшити час виконання місії, враховуючи зовнішні впливи та енергетичні обмеження. Ці еволюційні алгоритми дозволяють шукати оптимальні шляхи в задачі комівояжера як для двох так і трьох вимірних просторів, і очікується, що кожне їх покоління краще попереднього [3]. У комбінації з іншими методами, цей підхід дає змогу ефективно планувати траєкторії, зокрема, для тривалих польотів та умов високої варіативності навколишнього середовища [3, 4, 15].

Ще однією важливою технологією є глибинне навчання для адаптації маршрутів БПЛА в реальному часі. Роботи [16, 17] підкреслюють важливість використання нейронних мереж для забезпечення високої точності та ефективності планування маршрутів у динамічних умовах.

Комбіновані методи, що поєднують кілька алгоритмів, також знаходять широке застосування в оптимізації маршрутів БПЛА. Наприклад, Q. Chengwei Zhang і Qi Feng пропонують комбінування мурашиного і A^* алгоритмів для створення більш

ефективних моделей планування маршрутів, шляхом аналізу стратегій покращення АСО [18]. В якості моделі вони розглянули сітковий граф, згенерувавши кілька еталонних маршрутів оптимізації за допомогою алгоритму АСО. Це дало можливість значно покращити вибір оптимального маршруту знижуючи час виконання місій і зменшуючи енергетичні витрати.

Аналіз робіт показує, що оптимізація маршрутів для БПЛА залишається складною і багатоаспектною задачею, яка вимагає як розробки нових підходів, так і вдосконалення існуючих методів для забезпечення точності, ефективності та надійності виконання польотних завдань.

Постановка завдання. Метою даного дослідження є розробка підходу до планування оптимального маршруту БПЛА для інспекції об'єктів критичної інфраструктури, таких як вежі стільникового зв'язку, трансформаторні підстанції, нафтові вишки, а також об'єкти аеродрому (злітно-посадкові смуги, навігаційні вогні, радіолокаційні станції тощо). Необхідно здійснити обліт заданого набору точок, причому кожна точка має бути відвідана рівно один раз, і між будь-якими двома точками існує маршрут. Після відвідування всіх об'єктів дрон повинен повернутися в початкову точку. Оптимізація маршруту спрямована на мінімізацію сумарного часу польоту та енергетичних витрат, що забезпечить ефективне покриття території та раціональне використання ресурсів БПЛА.

Для реалізації поставленої мети розв'язувалися наступні завдання:

1. Розробити математичну модель оптимального планування маршруту БПЛА, яка формалізує задачу інспекції заданих об'єктів, розташованих на певній території.
2. Реалізувати та порівняти різні алгоритми оптимізації маршруту: жадібний метод, 2-Opt, мурашиний алгоритм (АСО) та генетичний алгоритм.
3. Провести аналіз ефективності обраних алгоритмів за критеріями довжини маршруту, енергетичних витрат та часу виконання обчислень.
4. Адаптувати алгоритми для випадку інспекції сонячних панелей, враховуючи обмеження на висоту та швидкість польоту.
5. Визначити доцільність застосування кожного з алгоритмів у контексті обльоту сонячних панелей БПЛА та розробити рекомендації щодо їх використання.

Припускаємо, що БПЛА підтримує постійну висоту та швидкість польоту під час виконання завдання. Оптимізація маршруту спрямована на мінімізацію сумарного часу польоту та енергетичних витрат, що забезпечить ефективне покриття території та раціональне використання ресурсів БПЛА.

Виклад основного матеріалу. Інспекція сонячних панелей – це процес перевірки стану панелей для виявлення можливих пошкоджень, ефективності їх роботи та виявлення проблем, що можуть впливати на їх продуктивність. Це важлива частина технічного обслуговування сонячних установок, яка допомагає підтримувати їх у належному стані та максимально ефективно генерувати енергію. Під час інспекції можна отримати такі дані:

- температурні показники, які отримують з тепловізорів або спеціальних датчиків для виявлення гарячих точок;
- зображення або відео для аналізу фізичних пошкоджень або інших дефектів панелей;
- енергетичні показники: напруга, струм або інші параметри, що дозволяють оцінити роботу панелей.

Енергетичні показники сонячних панелей можна отримати різними способами для здійснення детального моніторингу їх роботи та ефективності. Один із основних методів – це використання вбудованих систем моніторингу, які присутні в багатьох

сучасних сонячних панелях та інверторах. Ці системи надають дані про ключові енергетичні показники, такі як напруга, струм, потужність, коефіцієнт корисної дії, а також продуктивність окремих панелей та загальну потужність системи. Дані з таких систем доступні через інтерфейси на веб-платформах або мобільні додатки, що дає можливість здійснювати моніторинг в реальному часі з будь-якої точки. Іншим важливим джерелом даних є інвертори, які перетворюють постійний струм на змінний. Вони також збирають енергетичні показники, такі як поточна вироблена потужність, напруга та струм, і можуть бути підключені до центральних моніторингових систем або локальних датчиків. Це дає змогу здійснювати детальніший контроль за роботою сонячних панелей та швидко виявляти будь-які відхилення. Ще одним методом отримання енергетичних показників є використання спеціальних датчиків потужності. Ці датчики можуть бути встановлені на кожній панелі або на групах панелей для вимірювання поточної потужності, що генерується. З їх допомогою оцінюють ефективність роботи, порівнюють їх продуктивність та виявляють можливі проблеми. Одним з найбільш інноваційних підходів є використання БПЛА для інспекції сонячних панелей. Дрони, оснащені тепловізорами або іншими сенсорами, можуть швидко облітати великі території сонячних ферм і виявляти «гарячі» точки, які свідчать про знижену продуктивність або дефекти панелей. Така інспекція дає змогу своєчасно виявити проблеми, що можуть бути непомітні під час звичайної перевірки. Якщо дрони оснащені датчиками для збору даних про напругу та струм, то отримують більш точніші показники роботи панелей без необхідності фізичного доступу до кожної з них. Важливою перевагою використання БПЛА є їх здатність швидко обробляти великі площі, що значно скорочує час на інспекцію та знижує витрати на обслуговування.

Інтеграція всіх цих технологій в єдину систему моніторингу дозволяє отримувати актуальні та точні дані про ефективність сонячних панелей. Використання БПЛА у поєднанні з іншими методами моніторингу дає змогу швидко виявляти будь-які проблеми і оптимізувати роботу сонячних установок, що робить їх більш ефективними та економічними в експлуатації. Крім цього, виробники енергії отримують можливість реалізації задачі планування оптимального маршруту для інспекції сонячних панелей на великих територіях, де необхідно облітати значну кількість точок збору даних. Мета полягає в тому, щоб дрон відвідав ці точки в найкоротший час, не перевищуючи обмеження на час польоту та енергоспоживання батареї. Після збору всіх необхідних даних дрон повинен повернутися в точку старту для завершення місії. Це дозволяє максимально ефективно використовувати ресурси БПЛА, мінімізуючи час інспекції та витрати енергії.

Задачу планування оптимального маршруту для інспекції сонячних панелей на великих територіях можна формалізувати за допомогою графової моделі, переходячи від 3D моделі до двовимірної задачі. Нехай задано множину точок $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, які необхідно відвідати для збору даних. Точка v_1 ставиться у відповідність стартовій позиції дрону, решта точок $v_1, v_2, \dots, v_n$ відповідає локаціям на сонячних панелях для збору даних. В якості математичної моделі розглядаємо неорієнтований зважений граф $G=(V, E)$, який є повним графом, де V – множина вершин, кожна з яких представляє точку обльоту, E – множина ребер, що з'єднують кожну пару вершини. Кожному ребру $e_{ij} \in E$ приписується вага w_{ij} , яка відповідає витратам на переміщення між точками v_i та v_j . Ця вага залежить від відстані між точками та енергетичними витратами БПЛА.

Необхідно знайти маршрут, який починається і закінчується в точці v_1 і проходить через всі точки з множини V , мінімізуючи загальні витрати:

$$\min \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=2, j \neq i} w_{v_i, v_j} \cdot x_{ij}, \quad (1)$$

де $x_{ij} \in \{0, 1\}$ за умови

$$\sum_{j \neq i}^n x_{ij} = 1, \text{ якщо існує маршрут з вершини } i \text{ в вершину } j;$$

$$\sum_{j \neq i}^n x_{ij} = 0, \text{ якщо не існує маршрут з вершини } i \text{ в вершину } j;$$

Кожна точка $v_i \in V$ має бути відвідана рівно один раз. Загальні витрати (час і/або енергія) не повинні перевищувати заданих лімітів. Ця задача є варіацією відомої задачі комівояжера на повному графі з фіксованою початковою та кінцевою вершинами. Вона відноситься до задач комбінаторної оптимізації, для яких точні алгоритми на практиці майже не застосовуються в зв'язку з великими часовими затратами навіть для малих значень n . Пропонуємо для її розв'язання застосувати чотири наближені методи оптимізації: жадібний метод, 2-Opt алгоритм, оптимізація мурашиними колоніями, генетичний алгоритм та виконати їх порівняння. Вибір цих алгоритмів базується на їхній ефективності, поширеності у практичному застосуванні, здатності адаптуватися до різних умов. При малих розмірах вихідних даних висока ймовірність знаходження рішень близьких до оптимальних або ж оптимального рішення.

Вибір моделі дрона є ключовим аспектом, оскільки технічні характеристики дронів визначають їхню здатність виконувати завдання з максимальною ефективністю. Нами проведено аналіз технічних характеристик можливих моделей дронів, на основі якого обрано модель DJI Matrice 300 RTK, оскільки вона є однією з популярних в професійному використанні для картографії та моніторингу. DJI Matrice 300 RTK має такі характеристики: максимальна швидкість: 23 м/с; максимальна висота польоту: 7000 м; максимальна тривалість польоту: до 55 хвилин; максимальна відстань: 15 км (при оптимальних умовах); вага дрону: 3.6 кг. Припускаємо, що БПЛА підтримує постійну висоту та швидкість польоту під час виконання завдання.

Оцінку втрат енергії здійснюємо за формулою

$$E = P \cdot t, \quad (2)$$

Де P – середнє споживання потужності (Вт), t – час польоту на маршруті (год).

Жадібний метод обрано як базовий підхід, оскільки він забезпечує швидкий пошук розв'язку за рахунок локальної оптимізації на кожному кроці. Його перевага полягає у простоті реалізації та низьких обчислювальних витратах. Для вирішення поставленої задачі пропонуємо наступний жадібний алгоритм:

Алгоритм 1.

Крок 1. Ініціалізація (вхідні координати точок (вершин графа) N , матриця суміжності даного графа, початкова точка (вершина) s).

Крок 2. Ініціалізація маршруту з початкової вершини s .

Крок 3. Обчислення відстані до всіх невідвіданих вершин із поточної вершини.

Крок 4. Вибір найближчої невідвіданої вершини на основі матриці відстаней та додавання її до маршруту.

Крок 5. Позначення вибраної вершини як відвіданої.

Крок 6. Повторення кроків 3-5, поки всі вершини не будуть відвідані.

Крок 7. Повернення до початкової вершини та завершення маршруту.

Крок 8. Обчислення загальної відстані та енергоспоживання для побудованого маршруту.

Наступним популярним методом локального покращення маршрутів, що використовуються у задачах комівояжера, є 2-opt алгоритм. В цьому методі на кожному кроці два ребра поточного маршруту замінюються іншими двома ребрами так, щоб вийшов коротший маршрут. Послідовність дій у 2-opt алгоритмі опишемо таким чином:

Алгоритм 2.

Крок 1. Ініціалізація (вхідний початковий маршрут, кількість точок N).

Крок 2. Обчислення загальної довжини початкового маршруту.

Крок 3. Для кожної пари ребер у маршруті оцінка зміни маршруту шляхом обміну двох ребер (операція 2-opt).

Крок 4. Якщо операція 2-opt зменшує загальну довжину, виконання обміну та оновлення маршруту.

Крок 5. Повторення кроків 3-4, поки не буде досягнуто неможливості подальшого покращення.

Крок 6. Повернення оптимізованого маршруту та його загальної довжини.

Крок 7. Обчислення енергоспоживання для побудованого маршруту.

АСО обрано завдяки його ефективності у знаходженні найкоротших шляхів і гнучкості у вирішенні задач комбінаторної оптимізації. У контексті задачі комівояжера він демонструє високу здатність будувати оптимальні маршрути, використовуючи феромонні сліди для збереження інформації про перспективні шляхи. Ітеративний підхід алгоритму забезпечує поступове вдосконалення результатів. Деталізований опис його роботи у контексті задачі інспекції панелей наведено нижче:

Алгоритм 3.

Крок 1. Ініціалізація (кількість мурах M , матриця феромонів τ , матриця евристики η , коефіцієнт випаровування феромонів ρ , інтенсивність феромонів Q , кількість ітерацій T).

Крок 2. Розміщення M мурах у випадково вибраних вершинах (точках) даного графа.

Крок 3. Для кожної мурахи обчислення ймовірності переходу до кожної невідвіданої вершини за правилом:

$$p_{ij} = \frac{\tau_{ij}^{\alpha} \eta_{ij}^{\beta}}{\sum_{k \in M} \tau_{ik}^{\alpha} \eta_{ik}^{\beta}}, \quad (3)$$

де p_{ij} – ймовірність переходу мурахи з поточної точки i до точки j ; τ_{ij} – кількість феромону між точками i та j ; η_{ij} – евристична оцінка переходу від точки i до j (зазвичай

ця величина обернена до ваги відповідного ребра: $\eta_{ij} = \frac{1}{w_{ij}}$); α – параметр, що

визначає важливість феромону для прийняття рішення; β – параметр, що визначає важливість евристичної оцінки (ваги) для прийняття рішення; M – множина

невідвіданих вершин даного графа; $\sum_{k \in M} \tau_{ik}^{\alpha} \eta_{ik}^{\beta}$ – нормалізація, яка забезпечує, що сума ймовірностей переходу до всіх невідвіданих точок дорівнює 1.

Механізм вибору: мураха обчислює p_{ij} для всіх невідвіданих точок j . Потім застосовується стохастичний вибір, щоб вибрати наступну точку для переходу.

Крок 4. Перехід мурахи до наступної вершини графа на основі обчислених ймовірностей (стохастичний вибір).

Крок 5. Оновлення списку заборонених (таблиці відвіданих точок) для кожної мурахи.

Крок 6. Якщо всі вершини графа відвідано, обчислення загальної довжини маршруту для кожної мурахи.

Крок 7. Оновлення феромонів на ребрах за правилом:

$$\tau_{ij} = (1 - \rho) \tau_{ij} + \Delta \tau_{ij}, \quad (4)$$

де ρ – коефіцієнт випаровування феромону ($0 < \rho < 1$); $(1 - \rho) \tau_{ij}$ – частина феромону, яка залишається після випаровування; $\Delta \tau_{ij}$ – кількість феромону, доданого на ребро ij , залежить від якості розв'язку, знайденого мурахою.

Крок 8. Повторення кроків 3-7 протягом T ітерацій.

Крок 9. Повернення найкоротшого маршруту, знайденого будь-якою мурахою.

Крок 10. Обчислення енергоспоживання для побудованого маршруту.

АСО відомий своєю здатністю враховувати складні обмеження та знаходити розв'язки в умовах великої кількості можливих комбінацій.

Генетичний алгоритм (GA) обрано через його успішність у вирішенні складних задач оптимізації, зокрема задач комівояжера. Він імітує природний процес еволюції, використовуючи операції селекції, кросоверу та мутації для поступового вдосконалення рішень. Завдяки цьому алгоритм добре справляється з нелінійними задачами та може ефективно шукати рішення в умовах обмежень, таких як перешкоди чи обмеження по енерговитратах. Представимо покроковий опис алгоритму для вище сформульованої задачі інспекції панелей:

Алгоритм 4.

Крок 1. Ініціалізація (розмір популяції P , ймовірність мутації r_m , ймовірність схрещування r_c , кількість поколінь G).

Крок 2. Генерація початкової популяції P випадкових маршрутів.

Крок 3. Оцінка пристосованості кожного маршруту в популяції на основі загальної відстані.

Крок 4. Вибір батьківських маршрутів за стратегією відбору (наприклад, рулетка або турнірний відбір).

Крок 5. Виконання схрещування між вибраними батьками для генерації нащадків.

Крок 6. Застосування мутації до нащадків із ймовірністю r_m .

Крок 7. Змінення поточної популяції новою популяцією.

Крок 8. Повторення кроків 3–7 протягом G поколінь або до досягнення критерію зупинки.

Крок 9. Повернення найкращого маршруту та його пристосованості.

Крок 10. Обчислення енергоспоживання для побудованого маршруту.

Дослідження ефективності алгоритмів 1-4 проведемо за допомогою їх програмної реалізації, розробленої авторами на мові Python. Кожен алгоритм застосовувався до задачі комівояжера, сформованої для 20 точок на повному графі. Основними критеріями оцінки виступали: довжина знайденого маршруту, витрачений на нього час, витрати енергії, а також час виконання і збіжність алгоритму. Для наочності отримані результати подано в таблиці 1.

На рис.1-4 представлені маршрути згенеровані за допомогою чотирьох різних алгоритмів (жадібний метод, 2-Опт, мурашиний алгоритм і генетичний алгоритм). Кожен з них має своє місце у практичному застосуванні, оскільки вони дозволяють вирішити певні завдання оптимізації з урахуванням специфічних вимог до часу виконання та використання енергетичних ресурсів. Отримані маршрути (рис.1-4) демонструють варіативність у підходах до оптимізації. Візуалізація результатів показує, як різні алгоритми можуть по-різному структурувати шляхи, що впливає на загальну ефективність маршруту.

Таблиця 1 – Оптимізаційні показники маршрутів для різних алгоритмів

Алгоритм	Оптимальний маршрут	Довжина маршруту, м	Час, с	Витрати енергії, Дж	Час виконання, с
1	[0, 4, 8, 12, 16, 17, 13, 9, 5, 1, 2, 6, 10, 14, 18, 19, 15, 11, 7, 3, 0]	1880.00	81.74	9400.00	0.001277
2	[0, 4, 1, 2, 3, 7, 11, 15, 14, 10, 6, 5, 9, 8, 12, 16, 13, 17, 18, 19, 0]	2194.76	95.42	10973.80	0.1852
3	[[0, 4, 8, 12, 16, 17, 13, 9, 5, 6, 10, 14, 18, 19, 15, 11, 7, 3, 2, 1, 0]	1720.00	74.78	8600.00	4.8668
4	[1, 5, 9, 19, 15, 11, 7, 3, 2, 6, 10, 14, 18, 13, 17, 16, 12, 8, 4, 1]	1832.25	79.66	9161.25	1.4771

Джерело: розроблено авторами

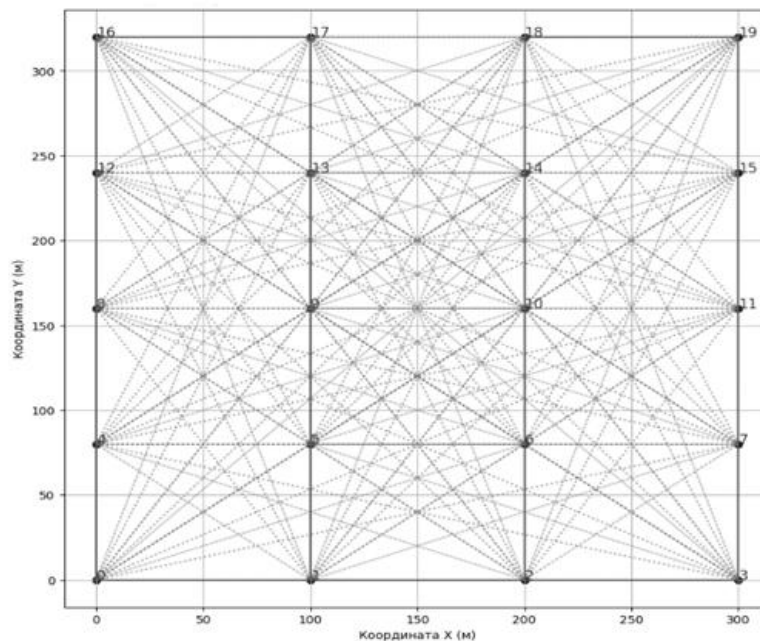


Рисунок 1 – Візуалізація оптимального маршруту інспекції сонячних панелей за допомогою жадібного алгоритму

Джерело: розроблено авторами

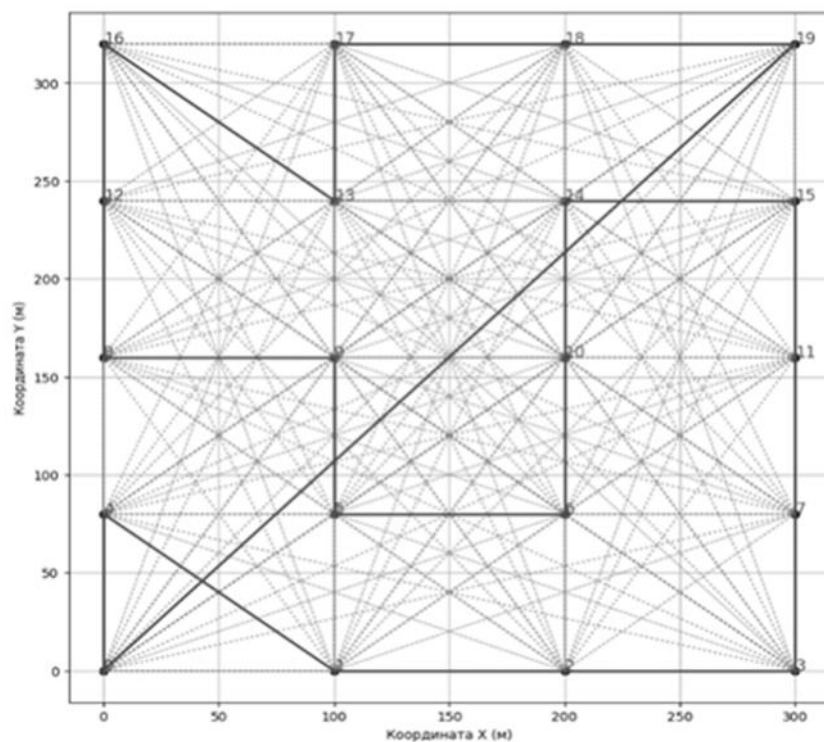


Рисунок 2 – Візуалізація оптимального маршруту інспекції сонячних панелей за допомогою 2-орт алгоритму

Джерело: розроблено авторами

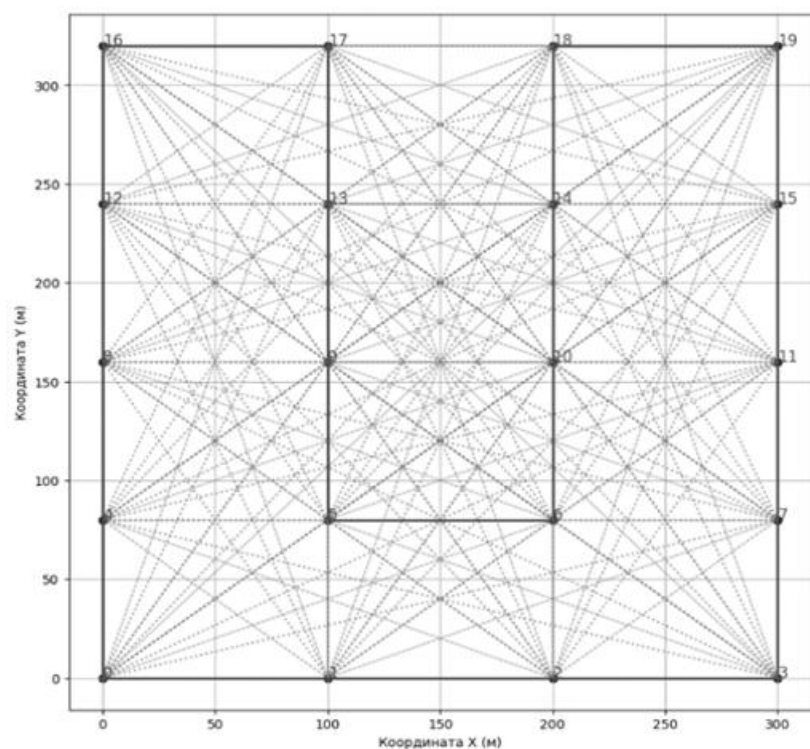


Рисунок 3 – Візуалізація оптимального маршруту інспекції сонячних панелей за допомогою мурашиного алгоритму

Джерело: розроблено авторами

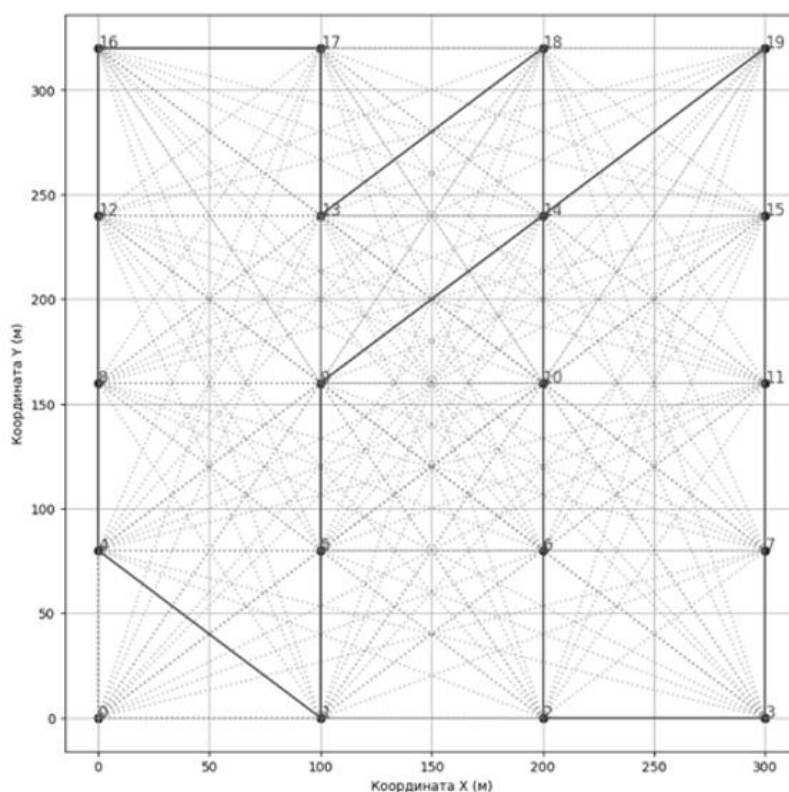


Рисунок 4 – Візуалізація оптимального маршруту інспекції сонячних панелей за допомогою мурашиного алгоритму

Джерело: розроблено авторами

Жадібний метод є доцільним для швидкого отримання початкового рішення, яке дає маршрут без значних витрат часу на обчислення. Однак, цей метод не завжди забезпечує оптимальність, тому його використання обмежене задачами, де важлива швидкість, а не точність. За результатами дослідження, жадібний метод показав найменші витрати часу (0.001277 с), однак по витратах енергії та довжині маршруту займає передостанню позицію, що свідчить про низьку ефективність в оптимізації маршруту. Алгоритм 2-Орт також не гарантує глобального оптимуму, тому його застосування доцільне в ситуаціях, де потрібно досягти покращеного результату без значних обчислювальних затрат. Він показав найгірші результати за оптимізаційними показниками в порівнянні з іншими алгоритмами. Мурашиний алгоритм, завдяки принципу колективного пошуку та адаптивному характеру, є потужним інструментом для досягнення більш ефективних маршрутів, особливо в складних умовах, коли є необхідність оптимізації енергоспоживання та покращення точності маршруту. Цей алгоритм дає значно кращі результати в порівнянні з іншими, але час, витрачений на його виконання (4.8668 с), є найбільшим. Генетичний алгоритм забезпечує одні з найкращих оптимальних результатів завдяки глобальному пошуку рішення, хоча його виконання потребує більше часу та обчислювальних ресурсів (час виконання – 1.4771 с) порівняно з жадібним методом та АСО, але значно менше ніж для мурашиного алгоритму. Він ідеально підходить для задач, де максимальна точність маршруту має ключове значення, і є можливість витратити більше часу на обчислення.

Висновки. 1. Розроблено математичну модель задачі інспекції сонячних панелей за допомогою БПЛА, яка зводиться до класичної задачі комівояжера на повному графі.

2. Для оптимізації маршрутів збору інформації було застосовано чотири алгоритми: жадібний, 2-орт, АСО та генетичний алгоритм.

3. Проведено порівняльний аналіз ефективності алгоритмів. Мурашиний і генетичний алгоритми продемонстрували найкращі показники з точки зору оптимізації маршруту і витрат енергії. Жадібний метод є найбільш швидким, але його рішення менш оптимальні. Алгоритм 2-Орт виявився неефективним через високі витрати енергії і довжину маршруту. Доцільність використання кожного з цих алгоритмів залежить від специфіки задачі.

4. Для швидкого отримання первинного рішення можна використовувати жадібний метод. У разі необхідності швидкої локальної оптимізації маршрутів може бути застосований 2-Орт алгоритм. Для досягнення найкращих результатів за критерієм мінімізації витрат енергії та довжини маршруту доцільне застосування мурашиного алгоритму. Генетичний алгоритм є перспективним у задачах, де необхідний баланс між якістю та часом обчислень.

5. Для задачі обльоту сонячних панелей ферми важливо комбінувати алгоритми, що дозволяє досягти оптимального балансу між часом виконання та якістю маршруту, враховуючи обмеження на енергоспоживання БПЛА.

Отримані результати можуть бути використані для подальшого вдосконалення методів планування маршрутів дронів. Перспективи дослідження в цьому напрямі також можуть включати розвиток гібридних підходів, які поєднують переваги кількох алгоритмів, що дозволить досягти більш ефективних результатів у зменшенні часу та енергоспоживання. Також важливим напрямком є адаптація алгоритмів до реальних умов, де необхідно враховувати зміни в оточуючому середовищі, такі як перешкоди або зміни погодних умов.

Список літератури

1. Бережний А. О. Методи та інформаційна технологія автоматизованого планування маршрутів польотів безпілотних літальних апаратів для підвищення ефективності пошуку об'єктів: дис. на здобуття наукового ступеня канд. техн. наук: 05.13.06 / Харківський національний університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків, 2020. 192 с.
2. Вадіс Д., Аврутов В. Методи підвищення функціональної ефективності БПЛА. *Механіка гіроскопічних систем: науково-технічний збірник*. 2024. Вип. 48. С.55-68. URL: <https://doi.org/10.20535/0203-3771482024317891>
3. Sonmez A., Kocyigit E., Kugu E. (2015). Optimal path planning for UAVs using genetic algorithm. *International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*. June 9-12, 2015. Denver Marriott Tech Center Denver, Colorado, USA, 2015. P.50-55. DOI: 10.1109/ICUAS.2015.7152274
4. Wang H., Pan W. (2021) Research on UAV Path Planning Algorithms. *8-th Annual International Conference on Geo-Spatial Knowledge and Intelligence IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science* 693. 2021. DOI:10.1088/1755-1315/693/1/012120
5. Jiang Y., Xu X.-X., Zheng M.-Y., Zhan Z.-H. (2024). Evolutionary computation for unmanned aerial vehicle path planning: a survey. *Artificial Intelligence Review*. 2024 Vol. 57, № 10. DOI: 10.1007/s10462-024-10913-0
6. Vorotnikov V., Gumenyuk I., Pozdniakov P. (2017). Planning the flight routes of the unmanned aerial vehicle by solving the travelling salesman problem. *Technology Audit and Production Reserves*. №4/2(36) (2017)., 44–49. [in Ukrainian] DOI:10.15587/2312-8372.2017.108537.
7. Jones M., Djahel S., Welsh K. (2023). Path-Planning for Unmanned Aerial Vehicles with Environment Complexity Considerations: A Survey. *ACM Computing Surveys*. 2023. Vol. 55, № 11. P. 234:1-234:39. DOI:10.1145/3570723
8. Cabreira T. M., Brisolara L. B., Ferreira Jr. P. R. (2019). Survey on Coverage Path Planning with Unmanned Aerial Vehicles. *Drones*. 2019. Vol.3, № 1. DOI: 10.3390/drones3010004
9. Семенюта М.Ф., Осадчий С.І., Чесак О. Системний підхід до моніторингу територій з використанням рою БПЛА. *Сучасні проблеми і досягнення в галузі радіотехніки, телекомунікацій та інформаційних технологій: тези доповідей XII Міжнар. наук.-практ. конф., 10-12 грудня*

2024. р., м. Запоріжжя. [Електронний ресурс] /Електрон. дані. – Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2024. С. 459-463.
10. Гуляницький Л.Ф., Рибальченко О.В. Оптимізація маршрутів при плануванні місій гібридних транспортних систем «дрон+транспортний засіб». *Кибернетика та комп'ютерні технології*. 2023. №3 (2023). С. 44–58. DOI: 10.34229/2707-451X.23.3.4
 11. Uddin F., Riaz N., Manan A., Mahmood I., Song Oh-Y., Malik A. J., Abbasi A. A. (2023). An Improvement to the 2-Opt Heuristic Algorithm for Approximation of Optimal TSP Tour. *Applied Sciences*. Vol. 13(12) (2023). DOI: 10.3390/app13127339
 12. Lin S., Kernighan B.W. An effective heuristic algorithm for the travelling salesman problem. *Operations Research*. 1973. Vol. 21, № 2. P. 498–516. <https://www.cs.princeton.edu/~bwk/btl.mirror/tsp.pdf>
 13. Ahmed M. R., Shibli A. A.I, Marhaban M. H., Kaiser M. S., Myo T., Albroumi B. (2023). Ant Colony Optimization-Based Path Planning for UAV Navigation in Dynamic Environments. *The 7-th International Conference on Automation, Control and Robots (ICACR)* August 4-6 2023, Kuala Lumpur, Malaysia, 2023. P.168-173.
 14. Murugananthan V., Rehan M. Y. E. S., Srinivasan R., Kavitha M., Kavitha R. (2023). Traveling Salesman Problem with Ant Colony Optimization. 2-nd *International Conference on Edge Computing and Applications (ICECAA)*. 2023. DOI: 10.1109/ICECAA58104.2023.10212262
 15. Flores-Caballero G., Rodríguez-Molina A., Aldape-Pérez M., Villarreal-Cervantes M. G. (2020). Optimized Path-Planning in Continuous Spaces for Unmanned Aerial Vehicles Using Meta-Heuristics. *IEEE Access*. Vol.8. 2020. P.176774-176788. DOI: 10.1109/ACCESS.2020.3026666
 16. Yin Y., Wang Z., Zheng L., Su Q., Guo Y. (2014). Autonomous UAV Navigation with Adaptive Control Based on Deep Reinforcement Learning. *Electronics*. 2024, 13(13). DOI: 10.3390/electronics13132432
 17. Bose S., Maheswaran N., Logeswari G., Anitha T., Prabhu D., Gokulraj G. (2024). Adaptive Deep Learning Techniques for Real-Time Shortest Path Optimization in Drone Ambulance Operations during Disaster. *8th International Conference on I-SMAC (IoT in Social, Mobile, Analytics and Cloud) (I-SMAC)*. DOI: 10.1109/I-SMAC61858.2024.10714626.
 18. Zhang C., Feng Q. (2020). Research on UAV Path Planning Combined with Ant Colony and A*. *IEEE 4th Information Technology, Networking, Electronic and Automation Control Conference (ITNEC)*. 2020. DOI: 10.1109/ITNEC48623.2020.9084730.

References

1. Berezhnyi, A. O. (2020). *Methods and information technology for automated flight route planning of unmanned aerial vehicles to improve object search efficiency*. Candidate's thesis. Kharkiv: Kharkiv National Air Force University named after Ivan Kozhedub [in Ukrainian].
2. Vadis, D., & Avrutov, V. (2024). Methods for improving the functional efficiency of UAVs. *Mekhanika gyroskopichnykh system*, 48, 55–68. <https://doi.org/10.20535/0203-3771482024317891> [in Ukrainian].
3. Sonmez A., Kocyigit E., Kugu E. (2015). Optimal path planning for UAVs using genetic algorithm. *International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*. June 9-12, 2015. Denver Marriott Tech Center Denver, Colorado, USA, 2015. P.50-55. DOI: 10.1109/ICUAS.2015.7152274
4. Wang H., Pan W. (2021) Research on UAV Path Planning Algorithms. *8-th Annual International Conference on Geo-Spatial Knowledge and Intelligence IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science* 693. 2021. DOI:10.1088/1755-1315/693/1/012120
5. Jiang Y., Xu X.-X., Zheng M.-Y., Zhan Z.-H. (2024). Evolutionary computation for unmanned aerial vehicle path planning: a survey. *Artificial Intelligence Review*. 2024 Vol. 57, № 10. DOI: 10.1007/s10462-024-10913-0
6. Vorotnikov V., Gumenyuk I., Pozdniakov P. (2017). Planning the flight routes of the unmanned aerial vehicle by solving the travelling salesman problem. *Technology Audit and Production Reserves*. №4/2(36) (2017), 44–49. [in Ukrainian] DOI:10.15587/2312-8372.2017.108537.
7. Jones M., Djahel S., Welsh K. (2023). Path-Planning for Unmanned Aerial Vehicles with Environment Complexity Considerations: A Survey. *ACM Computing Surveys*. 2023. Vol. 55, № 11. P. 234:1-234:39. DOI:10.1145/3570723
8. Cabreira T. M., Brisolara L. B., Ferreira Jr. P. R. (2019). Survey on Coverage Path Planning with Unmanned Aerial Vehicles. *Drones*. 2019. Vol.3, № 1. DOI: 10.3390/drones3010004
9. Semeniuta, M.F., Osadchy, S.I., & Chesak, O. (2024). A systems approach to area monitoring using a swarm of UAVs. In *Modern problems and achievements in radio engineering, telecommunications and*

- information technologies: Abstracts of the 12th International Scientific and Practical Conference (Zaporizhzhia, December 10–12, 2024), (pp. 459–463). Zaporizhzhia: National University “Zaporizhzhia Polytechnic”. [in Ukrainian].
10. Huliantskyi, L.F., & Rybalchenko, O.V. (2023). Route optimization in planning missions of hybrid transport systems “drone + vehicle”. *Kibernetika ta kompiuterni tekhnolohii*, 3, 44–58. [in Ukrainian]. DOI: 10.34229/2707-451X.23.3.4
 11. Uddin F., Riaz N., Manan A., Mahmood I., Song Oh-Y., Malik A. J., Abbasi A. A. (2023). An Improvement to the 2-Opt Heuristic Algorithm for Approximation of Optimal TSP Tour. *Applied Sciences*. Vol. 13(12) (2023). DOI: 10.3390/app13127339
 12. Lin S., Kernighan B.W. An effective heuristic algorithm for the travelling salesman problem. *Operations Research*. 1973. Vol. 21, № 2. P. 498–516. <https://www.cs.princeton.edu/~bwk/btl/mirror/tsp.pdf>
 13. Ahmed M. R., Shibli A. A.I, Marhaban M. H., Kaiser M. S., Myo T., Albroumi B. (2023). Ant Colony Optimization-Based Path Planning for UAV Navigation in Dynamic Environments. *The 7-th International Conference on Automation, Control and Robots (ICACR)* August 4-6 2023, Kuala Lumpur, Malaysia,. 2023. P.168-173.
 14. Murugananthan V., Rehan M. Y. E. S., Srinivasan R., Kavitha M., Kavitha R. (2023). Traveling Salesman Problem with Ant Colony Optimization. 2-nd *International Conference on Edge Computing and Applications (ICECAA)*. 2023. DOI: 10.1109/ICECAA58104.2023.10212262
 15. Flores-Caballero G., Rodríguez-Molina A., Aldape-Pérez M., Villarreal-Cervantes M. G. (2020). Optimized Path-Planning in Continuous Spaces for Unmanned Aerial Vehicles Using Meta-Heuristics. *IEEE Access*. Vol.8. 2020. P.176774-176788. DOI: 10.1109/ACCESS.2020.3026666
 16. Yin Y., Wang Z., Zheng L., Su Q., Guo Y. (2014). Autonomous UAV Navigation with Adaptive Control Based on Deep Reinforcement Learning. *Electronics*. 2024, 13(13). DOI: 10.3390/electronics13132432
 17. Bose S., Maheswaran N., Logeswari G., Anitha T., Prabhu D., Gokulraj G. (2024). Adaptive Deep Learning Techniques for Real-Time Shortest Path Optimization in Drone Ambulance Operations during Disaster. *8th International Conference on I-SMAC (IoT in Social, Mobile, Analytics and Cloud) (I-SMAC)*. DOI: 10.1109/I-SMAC61858.2024.10714626.
 18. Zhang C., Feng Q. (2020). Research on UAV Path Planning Combined with Ant Colony and A*. *IEEE 4th Information Technology, Networking, Electronic and Automation Control Conference (ITNEC)*. 2020. DOI: 10.1109/ITNEC48623.2020.9084730.

Maryna Semeniuta¹, Assoc. Prof., PhD phi-math. sci., **Serhii Yakymenko**¹, Assoc. Prof., PhD phi-math. sci., **Serhii Osadchy**², Prof., DSc. of tech. sci.

¹Central Ukrainian National Technical University, Kropyvnytskyi, Ukraine

²Ukrainian State Flight Academ, Kropyvnytskyi, Ukraine

Optimal Route Planning of Unmanned Aerial Vehicles for Efficient Coverage of a Given Area

This article addresses the problem of optimizing routes for unmanned aerial vehicles (UAVs) for the inspection of solar panels, which is a specific case of the Traveling Salesman Problem on a complete graph. The aim of the work is to develop a mathematical model for planning UAV routes with the minimization of route length and energy consumption, while ensuring complete coverage of all inspection points.

A program has been developed that implements a UAV routing model, taking into account energy consumption constraints. Four algorithms were applied to solve the problem: greedy algorithm, 2-opt, Ant Colony Optimization, and Genetic Algorithm. Each method was evaluated based on three criteria: execution speed, route length, and energy efficiency.

The experimental results showed that the greedy algorithm is the fastest, but it yields less optimal routes compared to other methods. The 2-opt algorithm did not provide satisfactory results due to a significant increase in energy consumption and route length. The Ant Colony Optimization and Genetic Algorithms showed the best results, providing optimal routes in terms of energy efficiency and minimization of path length.

As a result of the analysis, it can be argued that the choice of algorithm depends on the specific requirements of the problem. For quickly obtaining an initial solution, it is advisable to use the greedy algorithm, for local optimization – the 2-opt algorithm, and for achieving the best results in minimizing energy consumption and route length – the Ant Colony Optimization or Genetic Algorithms.

UAV, travelling salesman problem, greedy method, 2-opt algorithm, ant algorithm, genetic algorithm, graph

Одержано (Received) 09.05.2025

Прорецензовано (Reviewed) 15.05.2025

Прийнято до друку (Approved) 27.05.2025