

ГАЛУЗЕВЕ МАШИНОБУДУВАННЯ

УДК 62-98;62-822

DOI: [https://doi.org/10.32515/2664-262X.2023.7\(38\).2.43-50](https://doi.org/10.32515/2664-262X.2023.7(38).2.43-50)

О.І. Скібінський, доц., канд. техн. наук, **А.О. Гнатюк**, канд. техн. наук, **М.О. Годунко**, доц., канд. техн. наук, **Д.В. Богатирьов**, доц., канд. техн. наук, **В.М. Селехова**

*Центральноукраїнський національний технічний університет, м. Кропивницький, Україна
e-mail: soigerotor@ukr.com*

Синтез профілю зубчатих коліс малошумного шестеренного насоса з низькою пульсацією

Розроблено математичний апарат для побудови робочих профілів шестерень малошумних насосів синусоїдального зачеплення з довільними геометричними параметрами і кількістю зубців, що дає можливість широкого впровадження перспективного виду зачеплення в конструкції гідравлічних машин. Встановлено, що застосування прямозубих шестерень із синусоїдальним зачепленням не забезпечує нерозривності контакту і приводить до зниження експлуатаційних показників шестеренних насосів, а використання косозубих шестерень забезпечує постійність контакту плоского зачеплення в будь-якому поперечному перерізі. Встановлено мінімальне значення кута нахилу зубців для забезпечення нерозривності контакту в зачепленні, надійного перекриття та відсутності зазорів.

малошумний шестеренний насос, синусоїдальне зачеплення, колова синусоїда, нерозривність контакту зачеплення

Постановка проблеми. Насоси шестеренні (НШ) знайшли широке розповсюдження в техніці завдяки простоті конструкції, компактним розмірам і невисокій собівартості. Водночас, конкурентна боротьба на ринку гідравлічних машин висуває нові високі вимоги щодо цих виробів. Недоліки НШ, такі як: високі шумові характеристики, пульсація тиску і об'ємної подачі на виході, змусили виробників гідравліки запропонувати нові концепції щодо усунення зазначених недоліків. Одним із таких рішень є застосування криволінійного профілю зубця, відмінного від евольвентного, який утворює нерозривний контакт. Особливістю також є застосування косозубих шестерень для забезпечення перекриття. Таке рішення усуває описані вище недоліки НШ суттєво розширюючи область їх застосування. Разом з тим такий профіль повинен мати високу точність виготовлення. У відкритому доступі практично відсутня інформація щодо геометрії такого профілю, а також технології виготовлення шестерень.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. На сьогоднішній день в фірмових каталогах продукції є обмежена інформація рекламного характеру щодо малошумних НШ з косим неевольвентним зачепленням, які випускаються компаніями Bosch Rexroth (Німеччина) [1] і Elica Marzocchi (Італія) [2]. Обидва вироби мають схожу конструкцію, напірні і шумові характеристики. Ключовою характеристикою, яка дозволяє знизити шум і нерівномірність об'ємної подачі є запатентована форма зубця в торцевому перерізі (рис. 1). При цьому точка контакту спряжених профілів має замкнену траєкторію у вигляді знаку нескінченності (∞).

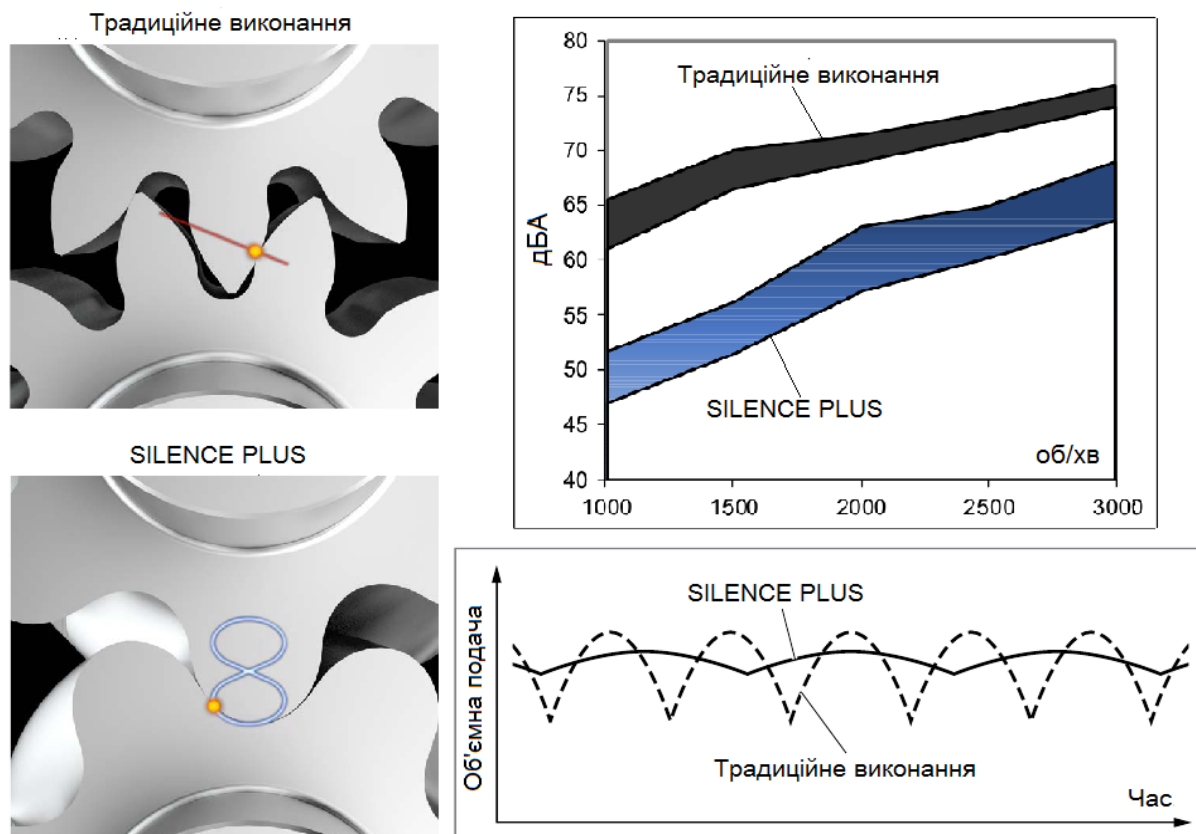


Рисунок 1 – Порівняльні характеристики шестерених насосів на основі традиційного евольвентного зачеплення та зачеплення SILENCE PLUS (Bosch Rexroth)

Джерело: на підставі [1]

Вершина зубця щільно прилягає до профілю западини, що виключає наявність защемленого об'єму рідини в міжзубовій западині. Згідно інформації з каталогу Bosch Rexroth, в малошумних насосах лінійки SILENCE PLUS рівень власного шуму знижено в середньому на 15 дБА у порівнянні з насосами з евольвентним зубцем. Крім того знижено на 75% нерівномірність об'ємної подачі (пульсації).

Очевидно, що базою для конструювання зачеплення подібного до SILENCE PLUS є профіль в торцевому перерізі. В літературі дуже обмежена інформація щодо геометрії такого зачеплення. Один із авторів Mario A. Morselli в патентній літературі і статтях представляє профіль подібного зачеплення без детальних пояснень [3, 4]. Аналіз показує, що скоріш за все, саме цей профіль використовує Erika Marzocchi в своїх насосах. Geqiang Li в своїй статті [5] досліджує напірні характеристики шестеренного насоса без пульсацій і пропонує комбінований профіль, який складається із дуг постійного радіуса і спряженої ділянки синусоїди. При цьому автори відмічають високу складність виготовлення такого зачеплення. Таким чином, відмічаємо недостатність інформації та фактів щодо геометрії і розрахунків подібних зачеплень, що може бути пов'язано із комерційною таємницею та елементами наукоємного проектування.

Постановка завдання. Метою дослідження є отримання універсальних формул для розрахунку складного синусоїдального профілю зубчастих колі малошумних насосів. Це дасть можливість проектувати синусоїдальні зачеплення з різними вхідними параметрами (кількість зубців, міжцентрова відстань тощо). Крім цього для косозубого синусоїдального зачеплення необхідно отримати формулу для визначення

мінімального кута нахилу зубця при якому буде забезпечено нерозривність контакту в зачепленні.

Виклад основного матеріалу. Для розв'язку задачі побудови профілю зубців зачеплення малошумних насосів подібних до SILENCE PLUS, авторами пропонується власний підхід, який полягає у застосуванні спеціальних тригонометричних функцій. Побудова профілю здійснюється в декілька етапів. На першому етапі виконується побудова базової кривої синусоїдальної форми (в подальшому – колової синусоїди).

Рівняння цієї кривої мають наступний вигляд:

$$x_1(\varphi) = \frac{m}{2} \cdot (z_1 + \lambda \cdot f(\varphi)) \cdot \cos(\varphi / z_1), \quad (1)$$

$$y_1(\varphi) = \frac{m}{2} \cdot (z_1 + \lambda \cdot f(\varphi)) \cdot \sin(\varphi / z_1), \quad (2)$$

де m – модуль колеса;

z_1 – кількість зубців колеса;

λ – коефіцієнт висоти зубця;

φ – кутовий параметр побудови;

$f(\varphi)$ – функція яка може приймати значення $\sin(\varphi)$, $\cos(\varphi)$, $\arctg(\cos(\varphi))$.

В залежності від підстановки $f(\varphi)$ форма зубця відрізнятиметься, причому зубці будуть мати ідентичну геометрію при $f(\varphi)=\sin(\varphi)$ і $f(\varphi)=\cos(\varphi)$. Слід зазначити, що отриманий профіль не є взаємногинаємим, тобто при позиціонуванні коліс на міжцентрову відстань і утворення зачеплення, маємо інтерференцію кривих. Звідси впливає необхідність формування уніфікованого профілю, коли обидва колеса мають ідентичний профіль і можуть оброблятися однаковим інструментом.

Другий етап – генерація профілю спряженого колеса. Він формується як обвідна сімейства колових синусоїд, при обкаті ділильного кола синусоїди навколо ділильного кола формованого колеса. Ділянки такого профілю в подальшому будуть задіяні в формуванні остаточного профілю колеса. Ділильні діаметри коліс і міжцентрова відстань за умови рівності зубців будуть рівними і визначатимуться за формулами:

$$\left[d_1 = m \cdot z_1, \quad d_2 = m \cdot z_2, \quad a_w = \frac{m}{2} (z_1 + z_2) \right], \quad (3)$$

де z_2 – кількість зубців спряженого колеса (для НШ $z_2=z_1$);

Побудова профілю спряженого колеса починається з опису сімейства положень одного з профілів, відносно якого будується обвідна. Сімейства параметричних кривих описуються наступними рівняннями:

$$x_2(\varphi, t) = a_w \cdot \cos(t) - x_1(\varphi) \cdot \cos\left(\frac{z_1 + z_2}{z_1} \cdot t\right) + y_1(\varphi) \cdot \sin\left(\frac{z_1 + z_2}{z_1} \cdot t\right), \quad (4)$$

$$y_2(\varphi, t) = a_w \cdot \sin(t) - y_1(\varphi) \cdot \cos\left(\frac{z_1 + z_2}{z_1} \cdot t\right) - x_1(\varphi) \cdot \sin\left(\frac{z_1 + z_2}{z_1} \cdot t\right), \quad (5)$$

де t – параметр, що визначає положення кривої $x_1(\varphi)$ $y_1(\varphi)$ у множині сімейства.

Зв'язок параметрів t і φ визначається із умови [6]:

$$\frac{\partial X}{\partial t} \cdot \frac{\partial Y}{\partial \varphi} - \frac{\partial X}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial Y}{\partial t} = 0. \quad (6)$$

Перепишемо умову (6), підставляючи частинні похідні і виконуючи спрощення:

$$a_w x_1'(\varphi) \cos\left(\frac{t \cdot z_2}{z_1}\right) - a_w y_1'(\varphi) \sin\left(\frac{t \cdot z_2}{z_1}\right) - \left(\frac{z_2}{z_1} + 1\right) \cdot (x_1(\varphi) x_1'(\varphi) + y_1(\varphi) y_1'(\varphi)) = 0. \quad (7)$$

Розв'язок подібних рівнянь розглянуто в роботах по епіциклоїдальному зачепленню героторної пари [7]. Розділимо складові отриманого рівняння на $\sqrt{(x_1'(\varphi))^2 + (y_1'(\varphi))^2}$:

$$\frac{a_w x_1'(\varphi) \cos\left(\frac{t \cdot z_2}{z_1}\right)}{\sqrt{(x_1'(\varphi))^2 + (y_1'(\varphi))^2}} - \frac{a_w y_1'(\varphi) \sin\left(\frac{t \cdot z_2}{z_1}\right)}{\sqrt{(x_1'(\varphi))^2 + (y_1'(\varphi))^2}} = \left(\frac{z_2}{z_1} + 1\right) \frac{x_1(\varphi) x_1'(\varphi) + y_1(\varphi) y_1'(\varphi)}{\sqrt{(x_1'(\varphi))^2 + (y_1'(\varphi))^2}} \quad (8)$$

Вводимо додаткову функцію $\beta(\varphi)$, яка задовольняє умовам:

$$\left[\sin \beta(\varphi) = \frac{x_1'(\varphi)}{\sqrt{(x_1'(\varphi))^2 + (y_1'(\varphi))^2}}, \quad \cos \beta(\varphi) = \frac{y_1'(\varphi)}{\sqrt{(x_1'(\varphi))^2 + (y_1'(\varphi))^2}}, \quad \operatorname{tg} \beta(\varphi) = \frac{x_1'(\varphi)}{y_1'(\varphi)} \right]. \quad (9)$$

Перепишемо рівність (8), підставляючи $\beta(\varphi)$:

$$a_w \sin \beta(\varphi) \cos\left(\frac{t \cdot z_2}{z_1}\right) - a_w \cos \beta(\varphi) \sin\left(\frac{t \cdot z_2}{z_1}\right) = \left(\frac{z_2}{z_1} + 1\right) \frac{x_1(\varphi) x_1'(\varphi) + y_1(\varphi) y_1'(\varphi)}{\sqrt{(x_1'(\varphi))^2 + (y_1'(\varphi))^2}}. \quad (10)$$

Розв'язуючи рівняння (10), отримуємо функцію зв'язку параметрів у вигляді $t = t(\varphi)$:

$$t(\varphi) = \frac{z_1}{z_2} \left[\beta(\varphi) - \arcsin \left(\frac{[x_1(\varphi) x_1'(\varphi) + y_1(\varphi) y_1'(\varphi)] \cdot \left(\frac{z_2}{z_1} + 1\right)}{a_w \sqrt{(x_1'(\varphi))^2 + (y_1'(\varphi))^2}} \right) \right]. \quad (11)$$

Для уточнення $\beta(\varphi)$ застосовуємо формулу перетворення для тангенсу:

$$\operatorname{tg} \left(\beta(\varphi) + \frac{\varphi}{z_1} \right) = \frac{\operatorname{tg} \left(\frac{x_1'(\varphi)}{y_1'(\varphi)} \right) + \operatorname{tg} \left(\frac{\varphi}{z_1} \right)}{1 - \operatorname{tg} \left(\frac{x_1'(\varphi)}{y_1'(\varphi)} \right) \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\varphi}{z_1} \right)} = \frac{\lambda \cdot z_1 \cdot f'(\varphi)}{z_1 + \lambda \cdot f(\varphi)}. \quad (12)$$

Тоді шукану функцію $\beta(\varphi)$ можна представити у вигляді:

$$\beta(\varphi) = \operatorname{arctg}\left(\frac{\lambda \cdot z_1 \cdot f'(\varphi)}{z_1 + \lambda \cdot f(\varphi)}\right) - \frac{\varphi}{z_1}. \quad (13)$$

Записуємо остаточні рівняння шуканої кривої:

$$x_2(\varphi) = a_w \cdot \cos(t(\varphi)) - x_1(\varphi) \cdot \cos\left(\frac{z_1 + z_2}{z_1} \cdot t(\varphi)\right) + y_1(\varphi) \cdot \sin\left(\frac{z_1 + z_2}{z_1} \cdot t(\varphi)\right), \quad (14)$$

$$y_2(\varphi) = a_w \cdot \sin(t(\varphi)) - y_1(\varphi) \cdot \cos\left(\frac{z_1 + z_2}{z_1} \cdot t(\varphi)\right) - x_1(\varphi) \cdot \sin\left(\frac{z_1 + z_2}{z_1} \cdot t(\varphi)\right). \quad (15)$$

Маючи колову синусоїду і обвідну її положень, третім етапом є суміщення 2-х кривих до спільного центру координат (рис. 2). В результаті такого суміщення утворюються точки спряження профілів, які лежать на діляльному колі. Якщо розглядати в межах одного зубця, то маємо дві точки спряження T1 і T2, які умовно ділять профіль на виступ і западину. Уніфікація профілю шестерень досягається видаленням ділянок кривої $(x_1; y_1)$ в межах западини, і кривої $(x_2; y_2)$ в межах виступу, а залишені ділянки, які в кінцевих точках спряження мають спільну дотичну, формують кінцевий профіль колеса.

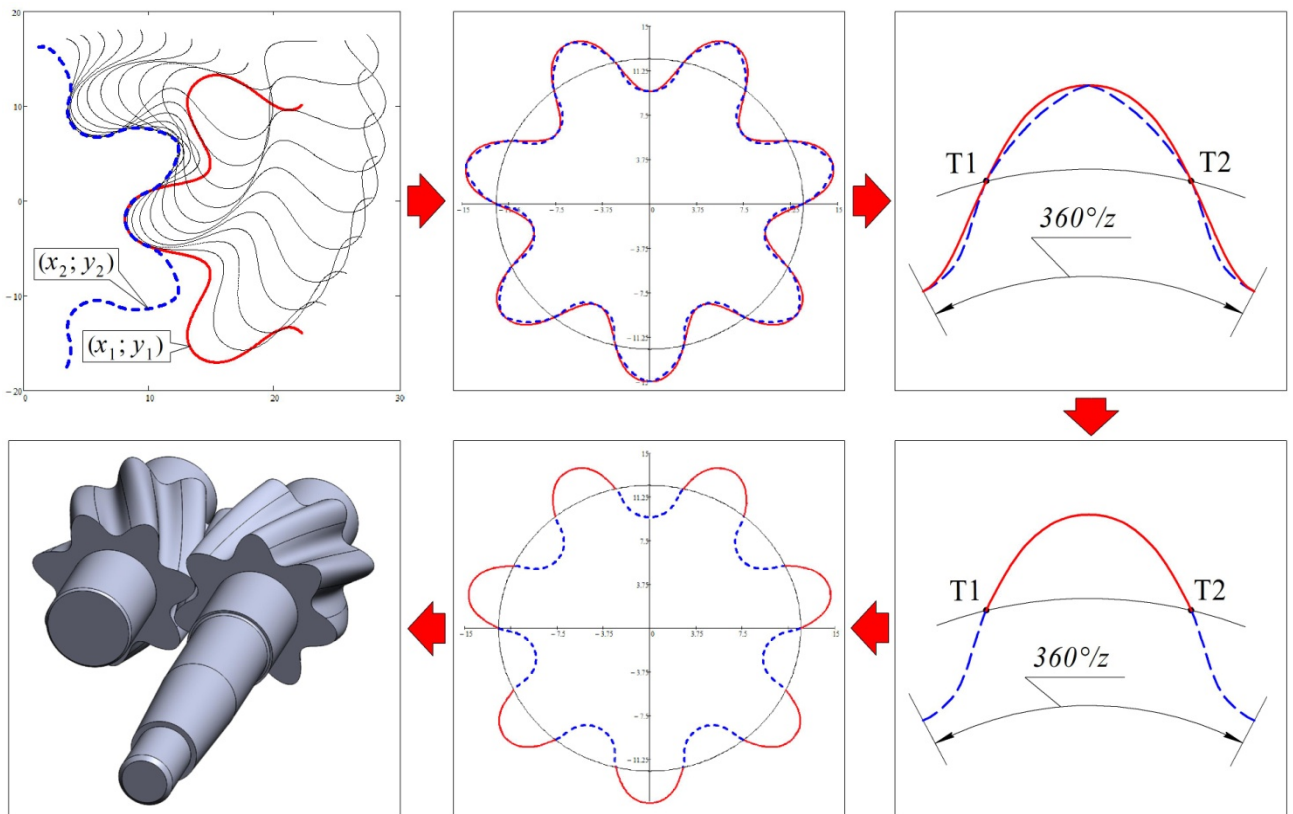


Рисунок 2 – Послідовність етапів побудови уніфікованого торцевого профілю шестерні для зачеплення малошумного НШ

Джерело: розроблено автором

Окремо слід виділити косозубе виконання зубчатого вінця шестерень. Саме ця особливість забезпечує постійність контакту профільних поверхонь і перекриття. Якщо розглянути плоске зачеплення, стає очевидним що прями зуб не здатен забезпечити нерозривність контакту в силу того, що в будь-якій фазі матимемо лише 1 точку контакту. В зачепленні в будь-який момент часу, більше 1 зубця одного з коліс перебувати не може. В традиційних зубчатих передачах на момент виходу зубця із зачеплення, черговий зубець вже знаходиться в контакті, чим забезпечує перекриття. Прямозубе виконання може утворювати зазори (рис. 3), що неминуче призведе до втрат робочої рідини, зниження ККД і т.ін.

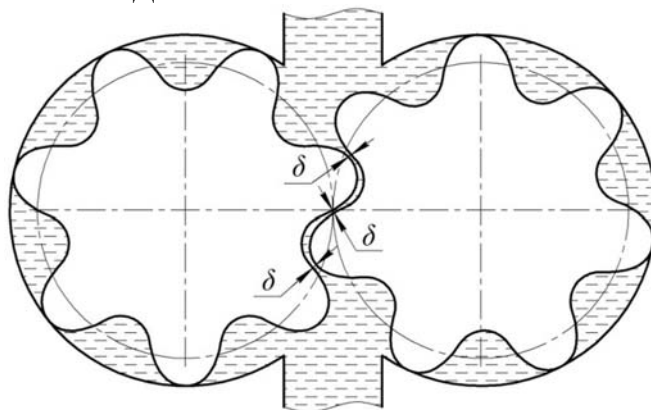


Рисунок 3 – Утворення зазору в плоскому зачепленні

Джерело: розроблено автором

Косозубий вінець забезпечує постійність контакту плоского зачеплення в будь-якому поперечному перерізі шестерень. Відповідно, забезпечення надійного перекриття буде залежати від значення кута нахилу зубця. На думку авторів, для забезпечення надійного перекриття, буде достатньо, якщо профілі на торцях шестерні при утворенні гвинтової зубчатої поверхні, утворять кут повороту один відносно одного не менше $180/z$ (рис. 4), незалежно від ширини вінця, що корелює з результатами обміру дослідних зразків Bosch Rexroth і Elika Marzocchi. Водночас занадто крутий кут нахилу зубця призведе до збільшення осьового навантаження на опорний підшипник.

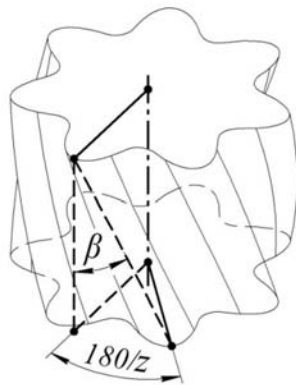


Рисунок – 4 Схема визначення мінімального кута нахилу зубця

Джерело: розроблено автором

Таким чином, мінімальний кут нахилу зубця косозубої шестерні для забезпечення нерозривності контакту зачеплення:

$$\beta_{\min} = \arctg\left(\frac{\pi}{2 \cdot z_1}\right). \quad (16)$$

В підсумку можна зазначити, що рішення для побудови складного профілю зубців малошумного НШ було знайдено. В подальшому залишаються відкритими питання щодо розробки технології виготовлення та методів контролю подібних зубчатих вінців. Це може бути предметом подальших досліджень, оскільки наведені НШ мають великий потенціал і суттєво розширюють їх області застосування.

Висновки. В результаті проведеного аналізу, досліджень та розрахунків можна зробити наступні висновки:

1. Проаналізовано літературні та патентні джерела стосовно малошумних синусоїдальних шестеренних насосів з низьким рівнем пульсацій. Відмічено відсутність інформації у відкритому доступі стосовно геометрії зачеплення, яке покладено в основу наведених шестеренних насосів;

2. Розроблено та представлено власний математичний апарат, який дозволяє будувати профілі зубців шестерень для малошумних шестеренних насосів з довільними геометричними параметрами і кількістю зубців;

3. Встановлено, що застосування прямозубих шестерень з представленою геометрією не забезпечує нерозривності контакту і матиме негативний вплив на експлуатаційні показники шестеренного насоса. Встановлено мінімальне значення кута нахилу зубців для забезпечення нерозривності контакту в зачепленні і відсутності зазорів.

Список літератури

1. External gear pump. *SILENCE PLUS AZPJ*: веб-сайт. URL: <https://www.boschrexroth.com/en/ca/media-details/4791985e-efc7-46aa-9514-7667c522fd73> (дата звернення: 24.05.2023)
2. *ELIKA Products*: веб-сайт. URL: <https://www.marzocchipompe.com/en/node/750> (дата звернення: 24.05.2023)
3. Improved geared hydraulic apparatus: pat. WO 2008/111017 A1 World Intellectual Publication: IPC F01C 1/08, F04G 2/08. № PCT/IB2008/050973; stat. 14.03.2008; publ. 18.09.2008.
4. Gear wheel with profile capable of meshing with sem-encapsulation in a geared hydraulic apparatus: pat. US 9,404,366 B2 United States: CPC F04C 2/084, F04C 2/14. № 14/287,527; stat. 27.05.2014; publ. 02.08.2016.
5. Geqiang Li, Longfei Zhang, Weifeng Han Profile design and displacement analysis of the low pulsating gear pump. *Advances in Mechanical Engineering*. 2018. Vol. 10. Pp. 1–11. URL: <https://journals.sagepub.com/doi/full/10.1177/1687814018767003> (дата звернення: 24.05.2023).
6. Радзевич С. П. Формообразование поверхностей деталей. Основы теории: монография. Киев: «Растан», 2001. 590 с.
7. Скібінський, О. І., Гуцул В.І., Гнатюк А.О. Визначення умов існування спряженої огинаючої сімейства еквідистант до вкорочених епіциклоїд в циклоїдальній передачі внутрішнього зачеплення. *Вісник НТУУ «КПІ»*. Серія: *Машинобудування*. 2014. № 70. С. 159-165.

Referencis

1. External gear pump. *SILENCE PLUS AZPJ*: веб-сайт. *boschrexroth.com*. Retrieved from <https://www.en/ca/media-details/4791985e-efc7-46aa-9514-7667c522fd73> [in English].
2. *ELIKA Products*: website. *marzocchipompe.com*. Retrieved from <https://www.marzocchipompe.com/en/node/750> [in English].
3. Improved geared hydraulic apparatus: pat. WO 2008/111017 A1 World Intellectual Publication: IPC F01C 1/08, F04G 2/08. № PCT/IB2008/050973; stat. 14.03.2008; publ. 18.09.2008 [in English].
4. Gear wheel with profile capable of meshing with sem-encapsulation in a geared hydraulic apparatus: pat. US 9,404,366 B2 United States: CPC F04C 2/084, F04C 2/14. № 14/287,527; stat. 27.05.2014; publ. 02.08.2016 [in English].

5. Geqiang Li, Longfei Zhang, Weifeng Han Profile design and displacement analysis of the low pulsating gear pump. *Advances in Mechanical Engineering*. 2018, Vol. 10 1–11. Retrieved from <https://journals.sagepub.com/doi/full/10.1177/1687814018767003> [in English].
6. Radzevich, S. P. (2001) *Formoobrazovanie poverhnostej detalej. Osnovy teorii [Forming of surfaces of parts. Fundamentals of theory]*. Kyiv: Rastan [in Ukrainian].
7. Skibinskyi, O. I., Gutsul, V.I., & Gnatuk, A.O. (2014). Vyznachennia umov isnuvannia spriazhenoi ohynaiuchoi simejstva ekvidistant do vkorochenykh epitsykloid v tsykloidal'nij peredachi vnutrishn'oho zacheplennia [Conditions determination of existence of tangent curve to family of equidistant curves of the shortened epicycloids in epicyclic transmission internal gear]. *Visnyk NTUU «KPI». Serii: Mashynobuduvannia, 70 - The Herald of NTUU "KPI". Series: Mechanical Engineering, 70*, 159-165 [in Ukrainian].

Oleksandr Skibinskyi, Assoc. Prof., PhD tech. sci., **Andriy Gnatuk**, PhD tech. sci., **Maksym Hodunko**, Assoc. Prof., PhD tech. sci., **Dmytro Bohatyrov**, Assoc. Prof., PhD tech. sci., **Valentyna Seliekhova**, Assist. *Central Ukrainian National Technical University, Kropyvnytskyi, Ukraine*

Synthesis of the Profile of Low-Noise Gear Pump Gears with Low Pulsation

Low-noise gear pumps with non-involute gear profiles, which have undeniable advantages over pumps with involute gear profiles (low noise characteristics, low pressure and volumetric pulsation, inseparability of gear contact), have not gained wide popularity due to difficulties in designing and manufacturing the working profiles of the gears. Companies manufacturing low-noise pumps provide only promotional information, while information about the meshing geometry, profile, and manufacturing technology is practically absent.

The aim of the research is to obtain universal formulas for calculating the complex sinusoidal profile of gears for low-noise pumps. This will allow designing sinusoidal meshings with different input parameters (number of teeth, center distance, etc.). Additionally, for the helical sinusoidal meshing, it is necessary to derive a formula for determining the minimum tooth helix angle that ensures inseparability of contact in the meshing.

Several stages are involved in obtaining the universal formulas. In the first stage, the construction of a base sinusoidal curve is performed. The obtained profile is not mutually enveloping, meaning that when positioning the gears at the center distance and forming the meshing, there is interference of curves. Hence the need for forming a unified profile where both gears have identical profiles and can be processed by the same tool. In the second stage, the generation of the conjugate gear profile is performed as an enveloping family of circular sine waves, by rolling a dividing circle of the sine wave around the generating circle of the formed gear. Segments of this profile will be further involved in forming the final gear profile. In the third stage, the circular sine wave and its enveloping positions are overlaid to a common center of coordinates. As a result, the conjugate profile points lying on the dividing circle are formed. The unification of the gear profile is achieved by removing certain sections of the curve within the dedendum and addendum, while the remaining sections that have a common tangent at the end points of the conjugation form the final gear profile.

As a result of the conducted research, a mathematical apparatus has been developed that allows building gear tooth profiles for low-noise gear pumps with arbitrary geometric parameters and number of teeth. The minimum value of the tooth helix angle required to ensure contact inseparability and absence of clearances has been determined.

low-noise gear pump, sinusoidal meshing, circular sine wave, inseparability of meshing contact

Одержано (Received) 24.05.2023

Прорецензовано (Reviewed) 27.05.2023

Прийнято до друку (Approved) 29.05.2023