

## ГАЛУЗЕВЕ МАШИНОБУДУВАННЯ

УДК 621.787.4

DOI: [https://doi.org/10.32515/2664-262X.2022.5\(36\).1.3-14](https://doi.org/10.32515/2664-262X.2022.5(36).1.3-14)

**В.О. Дзюра**, доц., д-р техн. наук, **П.О. Марущак**, проф., д-р техн. наук,  
**Д.Л. Радик**, доц., канд. техн. наук  
*Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, м. Тернопіль,  
Україна*  
*e-mail: nds@tu.edu.te.ua*

**М.Б. Сокіл**, доц., канд. техн. наук  
*Національний університет «Львівська політехніка», м. Львів, Україна*  
*e-mail: nds@tu.edu.te.ua*

## Динаміка відносних крутильних коливань при формуванні регулярного мікрорельєфу на внутрішніх циліндричних поверхнях

Проведено аналіз сучасних літературних джерел на предмет пошуку математичних моделей, що описують динаміку процесу формування регулярного мікрорельєфу на внутрішній циліндричній поверхні деталей, газотранспортного обладнання, які працюють у важких умовах експлуатації, з метою збільшення їх ресурсу. Встановлено, відсутність математичних моделей, що описують даний процес та особливості його здійснення при точковій дії деформуючого елемента на поверхню заготовки. Розглянуто формувальні рухи, які супроводжують процес формування регулярного мікрорельєфу на внутрішній циліндричній поверхні заготовки та проаналізовано рушійні сили, що супроводжують цей процес. На основі проведеного аналізу розроблено математичну модель динамічного процесу формування регулярного мікрорельєфу на внутрішній циліндричній поверхні деталі. Особливістю цього процесу є те, що процес формування мікрорельєфу відбувається зосередженою силою, точка прикладання якої по відношенню до деталі постійно змінюється у радіальному та осьовому напрямках, а відтак математична модель яка описує цей процес буде із дискретною правою частиною. Запропоновано таку дію моделювати за допомогою дельта функцій Дірака із лінійною та часовою змінними, використовуючи метод регуляризації вказаних особливостей, зокрема існуючі методи інтегрування відповідних нелінійних математичних моделей крутильних коливань деталі. Отримано аналітичні співвідношення які описують ці коливання в процесі формування регулярного мікрорельєфу. Використавши програмне забезпечення Maple побудовані 3D зміни кута закручування в залежності від різних значень вихідних даних. Проведені дослідження дозволять враховувати крутильні коливання, що особливо актуально для довгомірних циліндричних деталей, таких як гільзи гідроциліндрів, деталі бурових механізмів та інші.

**технологія, циліндрична поверхня, параметри якості, вібраційна обробка, крутильні коливання, математичні моделі**

**Постановка проблеми.** Підвищення експлуатаційних властивостей функціональних поверхонь у вигляді тіл обертання деталей машин нафто-газової промисловості є важливою задачею машинобудівного виробництва. Умови експлуатації таких поверхонь характеризуються високими робочими температурами та питомими тисками, що призводить до адгезійного зношування, схоплювання та швидкого виходу з ладу таких поверхонь. Одним із прогресивних способів підвищення експлуатаційних властивостей поверхонь у вигляді тіл обертання є методи поверхневого пластичного деформування, зокрема обробка кульками або роликками. Така обробка дозволяє значно зменшити шорсткість обробленої поверхні, збільшити поверхневу мікротвердість та в деяких випадках усунути операцію гартування [1, 2, 3].

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Окремим напрямом в даній галузі є методи динамічної дії на оброблювану поверхню. Їх суть полягає у високо інтенсивній періодичній дії на оброблювану поверхню з сторони індентора, який зазвичай має форму кулі. Динамічна дія забезпечує менше зусилля деформування, дозволяє забезпечити більшу опорну площу поверхні, і, відповідно, кращі експлуатаційні властивості, які відображаються кривою Аббота-Фаєрстоуна [4]. Наведено переваги методу динамічної дії із побудовою вищезгаданої характеристики поверхні.

Оцінку експлуатаційних властивостей поверхні за параметрами цієї кривої запропоновано проводити й іншими вченими. Зокрема описаний в роботі [5, 6] метод, де оцінку експлуатаційних властивостей поверхні проводять не за шорсткістю поверхні, а за допомогою параметрів кривої Аббота –Фаєрстоуна. Автори стверджують, що три параметри, які визначені із кривої Abbott-Firestone curve  $R_{pk}$ ,  $R_k$  and  $R_{vk}$  характеризують здатність поверхні чинити опір фрикційному зношуванню.

Динамічна дія на оброблювану поверхню може бути хаотичною або впорядкованою з формуванням на ній впорядкованого мікрорельєфу. Основоположником застосування і методів формування регулярних мікрорельєфів (РМР) був Шнейдером Ю.Г. В його роботі [7] були описані методи та способи формування РМР, конструкції інструменту та режими його роботи. Він також провів класифікацію РМР, сформованих на плоских і циліндричних поверхнях і різними геометричними параметрами.

Результати його досліджень стали основою для створення стандарту ГОСТ 24773-81 [8], який регламентує параметри регулярного мікрорельєфу сформованого на плоских і циліндричних поверхнях.

Розвиток основ формування регулярних мікрорельєфів наведено в роботі [9]. Описано переваги поверхонь із сформованими мікрорельєфами перед поверхнями обробленими іншими методами.

Високопродуктивні інструментальні комплекси та їх будова та принцип роботи описані в [10, 11]. Такі комплекси забезпечують формування мікрорельєфів на профільних поверхнях будь-якої складності.

В роботі [12] автором вперше наведено математичні моделі, які описують регулярні мікрорельєфи на торцевих поверхнях тіл обертання. Також проведено класифікацію таких мікрорельєфів та математично описано їх ознаки.

В роботі [13] наведено схему, технологічне оснащення і інструмент для формування регулярного мікрорельєфу на плоских і сферичних поверхнях з використанням тисків 40 МПа на 5-ти координатному фрезерному верстаті з числовим програмним керуванням. Досліджено мікроструктуру поверхні із сформованим мікрорельєфом. В статті проведено порівняння двох підходів до формування регулярних мікрорельєфів на складних профільних поверхнях.

Оскільки геометричні параметри регулярного мікрорельєфу досить незначні (всього 1-3 мм) то вплив будь-яких факторів може його спотворити. А саме його регулярність забезпечує стабільні фізико-механічні властивості функціональних поверхонь деталей машин.

В роботі [14] здійснено теоретичні дослідження стосовно динамічних характеристик методу вібраційно-відцентрового зміцнення (ВВЗ) металевих довгомірних циліндричних деталей. Описано методику досліджень, наведено просторову принципову схему вібраційно-відцентрового зміцнювального інструменту з електромагнітним приводом та пружними системами. На підставі досліджень отримано та проаналізовано емпіричні залежності для визначення основних динамічних характеристик методу ВВЗ. Розроблено алгоритм аналізу динамічних характеристик

контактної взаємодії робочих органів електромагнітного зміцнювача з пружними системами та оброблюваної поверхні.

Тож проведений аналіз вказує, що в сучасних дослідженнях значна увага приділяється методам та засобам формування регулярного мікрорельєфу на внутрішніх циліндричних поверхнях, як способу забезпечення необхідної якості даних видів поверхонь.

**Постановка завдання.** Розробити математичну, яка описує відносні крутильні коливання тіла при формуванні на його внутрішній циліндричній поверхні регулярного мікрорельєфу.

**Виклад основного матеріалу.** Для забезпечення регулярності мікрорельєфу доцільно було б розробити динамічну модель його формування з урахуванням таких параметрів як фізико-механічні властивості обробленої поверхні, величину зовнішньої дії на поверхню з боку інструменту (віброобкатника), характер контакту та багато іншого.

В даній роботі ми розглядаємо формування РМР на внутрішній циліндричній поверхні заготовки. Всі формувальні рухи, які супроводжують процес утворення регулярного мікрорельєфу наведені на рис. 1, це: обертовий рух  $D_n$ , рух подачі  $D_s$  та зворотньо-поступальний осциляційний рух  $D_i$ .

Процес формування регулярного мікрорельєфу на внутрішній циліндричній поверхні має свої особливості, зокрема:

- циліндрична оброблювальна поверхня обертається навколо нерухомої осі;
- зовнішня дія на оброблювальну поверхню зі сторони тіла, яке наносить мікрорельєф носить точковий характер, до того ж точка контакту вказаних тіл змінюється у поздовжньому та радіальному напрямках.

Складові вказаних переміщень та кутова швидкість обертання циліндричної поверхні впливають на динамічні процеси у пружному циліндричному тілі, які супроводжують процес нанесення мікрорельєфу та визначають форму мікрорельєфу. Щодо складової мікрорельєфу, яка зумовлена динамічними процесами циліндричного тіла, то вона в першу чергу зумовлена поздовжніми та крутильними його коливаннями, а отже визначається пружними властивостями тіла, крайовими умовами та зовнішньою дією.

Із наведеного вище випливає, що під дією зовнішніх силових факторів пружне циліндричне тіло, на яке наноситься мікрорельєф перебуває у складному русі [15, 16]. Тому для описання його динаміки у роботі розглядаються такі його складові:

- переносний - обертальний навколо горизонтальної осі як абсолютно твердого тіла;

- відносний:

- а) крутильні коливання навколо горизонтальної осі пружного тіла;

- б) поздовжні коливання пружного тіла.

Саме вказані питання є предметом дослідження розділу.

Основні припущення, які лежать в основі описання переносного руху тіла (рис. 1) наступні:

- пустотіле циліндричної форми тіло на внутрішню поверхню якого наноситься мікрорельєф – однорідне, зовнішній його (тіла) радіус  $R_d$ , внутрішній –  $r_d$ , довжина –  $l_d$ , маса –  $M_d$ ;

- активні та пасивні сили, які діють на оброблювальне тіло:

- а) точкова дія тіла, яке наносить мікрорельєф на внутрішню циліндричну його поверхню. Складові цієї дії  $F_x$ ,  $F_z$ . (вісь  $OX$  горизонтальна і співпадає із віссю обертання, вісь  $OZ$  - вертикальна, вісь  $OY$  - горизонтальна);

б) привідний момент  $M_{gh}$ , який спонукає тіло обертатись навколо горизонтальної осі, зрізувальний момент ( $M_{ph}$ ) дії віброобкатника на внутрішню поверхню і він залежить від таких чинників - притискуючого зусилля, форми віброобкатника, твердості матеріалу оброблювальної поверхні та ін. Нижче приймається, що останні чинники враховуються коефіцієнтом  $f_{ph}$  ( $M_{ph} = F_z \cdot r_d \cdot f_{ph}$ ).

У цьому підрозділі досліджуються відносні коливання оброблювального пружного тіла в процесі нанесення на його поверхню мікрорельєфу. Розглянуто поздовжні та крутильні їх складові. Особливістю їх є та обставина, що вони відбуваються під дією дискретного зовнішнього навантаження, то того ж із часом воно змінює свою точку прикладання. Все це створює певні труднощі при побудові розв'язків крайових задач, які описують вказані коливання.

Як було наголошено вище, зовнішня дія на внутрішню поверхню циліндричного тіла в процесі нанесення на нього мікрорельєфу призводить до складних його коливань. Якщо відносні поздовжні коливання зумовлені поздовжньою дією віброобкатника на внутрішню циліндричну поверхню, то крутильні – складовою вказаної дії у перпендикулярному до вказаної вище дії, точніше кажучи вздовж дотичної до нормального перерізу у точці контакту віброобкатника до оброблювальної поверхні (рис. 1).

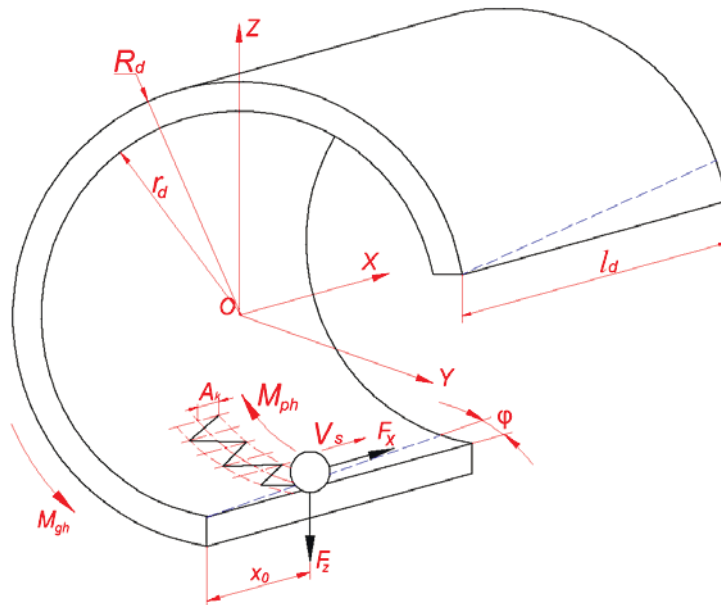


Рисунок 1 – Розрахункова схема для побудови динамічної моделі відносних крутильних коливань оброблювального тіла в процесі формування регулярного мікрорельєфу

Джерело: розроблено авторами

Позначивши  $\varphi(x, t)$  – кут закручування нормального перерізу циліндричної поверхні з координатою  $x$  в довільний момент часу  $t$ , диференціальне рівняння відносних крутильних коливань за прийнятих у попередньому підрозділі припущень щодо пружних та дисипативних сил набуває вигляду

$$\varphi - \alpha \dot{\varphi} = \varepsilon \left[ \hat{\eta} \varphi + \hat{\beta}(\varphi) \varphi \right] + Frf \delta(x - \bar{x} - Vt), \quad (1)$$

тут  $\alpha^2 = G/\rho$ ,  $M_{rh} = \varphi_x GJ_p$ ,  $J_p$  – момент інерції перерізу циліндричного тіла;  
 $G$  – модуль пружності другого роду,

$f_{ph}$  – коефіцієнт опору зрізування (формування мікрорельєфу),

$F_z$  – нормальна складова притискуючого зусилля;

$\delta(\dots)$  – дельта функція відповідного аргументу  $\hat{\eta}$   $\hat{\beta}$  – коефіцієнти, які характеризують силу опору та нелінійну складову відновлювальної сили.

Примітки.

1. У роботі приймається, що дотична складова у точці контакту віброобкатника до оброблювальної поверхні пропорційна нормальній складові із коефіцієнтом пропорційності  $f_{ph}$ .

2. Оброблювальне тіло ізотропне, тому коефіцієнт пропорційності у зрізуючій силі у поздовжньому напрямку такий як і в поперечному.

Щодо крайових умов то вони приймають вигляд

$$\varphi(x, t) = 0, \quad \varphi(x, t) = \frac{M}{GJ}, \quad (2)$$

де  $M_{rh}$  – привідний момент на початку оброблювального тіла;  $M=f(t)$ . Для дослідження динаміки крутильних коливань у процесі нанесення мікрорельєфу на циліндричну поверхню необхідно перш за все побудувати розв'язок крайової задачі (1), (2) – нелінійного диференціального рівняння з частинними похідними за неоднорідних крайових умов. Для його знаходження заміною змінних відповідно до

$$\varphi(x, t) = \Phi(x, t) + \Psi(x, t) \quad (3)$$

задачу із неоднорідними крайовими умовами зведемо до задачі із однорідними крайовими умовами [17]. Тому у (1)  $\Phi(x, t)$  – є розв'язком рівняння

$$\Phi_{xx}(x, t) = 0 \quad (4)$$

що задовольняє неоднорідні крайові умови, які впливають (2), (3), тобто

$$\Phi(x, t)|_{x=0} = 0, \quad \Phi_x(x, t)|_{x=l} = \frac{M}{GJ_p}. \quad (5)$$

Тоді  $\Psi(x, t)$  функція повинна бути розв'язком рівняння

$$\Psi - \alpha \Psi = -\Phi(x, t) + \alpha \Phi(x, t) - Frf \delta(x - \bar{x} - Vt) + \varepsilon \hat{\eta} (\Phi(x, t) + \Psi(x, t)) + \varepsilon \hat{\beta} [\Phi(x, t) + \Psi(x, t)] [\Phi(x, t) + \Psi(x, t)] \quad (6)$$

та задовольняти однорідні крайові умови

$$\Psi(x, t)|_{x=0} = 0, \quad \Psi_x(x, t)|_{x=l} = 0. \quad (7)$$

Знайти розв'язок рівняння (2) за крайових умов (3) не становить значних труднощів

$$\Phi(x, t) = C_1(t)x + C_2(t), \quad (8)$$

$$\text{де } C_2(t) = 0 \Rightarrow C_1(t) = \frac{M}{GJ_p}$$

Таким чином  $\Phi(x,t) = \frac{M}{GJ_p}x$ , а значить для визначення функції  $\Psi(x,t)$  маємо лінійне неоднорідне рівняння

$$\Psi - \alpha \Psi = -\Phi(x,t) + \alpha \Phi(x,t) - FRf\delta(x - x - Vt) + \varepsilon \hat{\eta}(\Phi(x,t) + \Psi(x,t)) + \varepsilon \hat{\beta}(x,t) \Psi(x,t) \left[ \frac{M}{GJ} + \Psi(x,t) \right] \quad (9)$$

і вона має задовольняти однорідні крайові умови (7).

За структурою рівняння (9) аналогічне до рівняння, яке описує відносні поздовжні коливання. Подібним чином як для поздовжніх коливань для аналізу відносних крутильних коливань використаємо загальні ідеї методів збурень, адаптованих до подібного класу рівнянь, маємо  $\Psi(x,t) = \Psi_0(x,t) + \varepsilon \Psi_1(x,t)$ . Відповідно до них, перш за все знайдемо вплив зовнішнього збурення на динаміку нанесення мікронерівностей, тобто знайдемо розв'язок головної частини вказаного рівняння, рівняння при  $\varepsilon = 0$

$$\Psi - \alpha \Psi = -FRf\delta(x - \bar{x} - Vt). \quad (10)$$

Його розв'язок будемо шукати у вигляді

$$\Psi_0(x,t) = \sum_k T_k(t) \tilde{X}_k(x), \quad (11)$$

де система функцій  $\{X_k(x)\}$  повинна задовольняти крайові умови  $\tilde{X}(x)|_{x=0} = 0$ ,  $X(x)|_{x=l} = 0$ . Такою системою функцій є  $\{\tilde{X}(x)\} = \left\{ \sin \frac{(2k+1)\pi}{2l} x \right\}$ .

Щодо функцій  $T_k(t)$ , то очевидно вони, як впливає із базового рівняння, повинні задовольняти неоднорідному рівнянню

$$\ddot{T}(t) + \alpha \frac{1}{P} \left( \frac{(2k+1)\pi}{2l} \right) T(t) = -\frac{1}{P} FRf\delta(x - x - Vt) \tilde{X}(x) dx, \quad (12)$$

$$\text{де } P = \left[ \sin \frac{(2k+1)\pi}{2l} \right] dx = \frac{l}{2}$$

Відповідно до властивостей дельта-функції [25] інтеграл у правій частині рівняння (8) приймає значення  $\sin \frac{(2k+1)\pi}{2l} x \delta(x - \bar{x} - Vt) dx = \sin \left( \frac{(2k+1)\pi}{2l} (\bar{x} + Vt) \right)$ , а відповідно вказане диференціальне рівняння трансформується до вигляду

$$\ddot{T}(t) + \omega T(t) = -\frac{1}{P} FRf \sin \left( \frac{(2k+1)\pi}{2l} (\bar{x} + Vt) \right), \quad (13)$$

$$\text{де } \omega = \alpha \frac{1}{P} \left( \frac{(2k+1)\pi}{2l} \right)$$

Таким чином, представлення дискретної дії зовнішнього навантаження на оброблювальну циліндричну поверхню за допомогою дельта-функції у поєднанні із

методом часткової дискретизації і для випадку відносних крутильних коливань дозволяє розв'язати поставлену задачу, адже знайти розв'язок рівняння (9) не становить труднощів. Дійсно, рівняння (13) є лінійним неоднорідним, а отже загальний розв'язок відповідного йому однорідного має вигляд  $T_{0k}(t) = T_0 \sin(\omega_k t + \vartheta_{0k})$ , і відповідний частинний розв'язок неоднорідного рівняння (9) можна представити у вигляді

$$\tilde{T}(t) = -\frac{1}{P} Frf \frac{1}{\omega} \sin \omega (t - \tau) \sin \frac{(2k+1)\pi}{2l} (\bar{x} + V\tau) d\tau. \quad (14)$$

У сукупності отримані результати дозволяють описати багаточастотний динамічний процес відносних крутильних коливань циліндричного тіла в процесі нанесення на внутрішню його поверхню мікронерівностей у вигляді

$$\Psi(x, t) = \frac{M}{GJ} x + \sin \frac{(2k+1)\pi}{2l} x \times \left\{ T \cos(\omega t + \vartheta) - \frac{1}{P} Frf \frac{1}{\omega} \sin \omega (t - \tau) \sin \frac{(2k+1)\pi}{2l} (x - \bar{x} - V\tau) d\tau \right\}. \quad (15)$$

Що стосується першого наближення, тобто впливу нелінійних та дисипативних сил, то їх вплив визначається диференціальним рівнянням

$$\Psi_{IIt}(x, t) - \alpha^2 \Psi_{Ixx}(x, t) = [\eta \Psi_{Ot}(x, t)] + \hat{\beta} (\Psi_{Ox}(x, t))^2 \Psi_{Oxx}(x, t) \quad (16)$$

і його розв'язок знаходиться аналогічно до розв'язку рівняння відносних повздовжніх коливань з тією різницею, що крайові умови, а відтак система власних функцій дещо інша. Останню не є перешкодою для подання функції  $\varphi(x, t)$  у вигляді

$$\varphi(x, t) = \sin \frac{(2k+1)\pi}{2l} x \times \left\{ \frac{1}{l} \bar{f} r F \left( \frac{2k+1}{2l} \alpha \right) \sin \frac{(2k+1)\pi(x + V\tau)}{2l} \sin \left( \frac{2k+1}{2l} \pi \alpha (t - \tau) \right) d\tau + \frac{2l\varepsilon}{(2k+1)\pi\alpha} \cos \left( \alpha \frac{k\pi}{l} (t - \tau) \right) \bar{\Theta}(\tau) d\tau \right\} \quad (17)$$

де  $\bar{\Theta}(\tau)$  має вигляд

$$\bar{\Theta}(t) = \left\{ S \bar{\omega} \cos(\bar{\omega} t + \varphi) + \frac{d}{dt} \left[ \frac{1}{l} \bar{f} r F \sin \frac{(2k+1)(\bar{x} + V\tau)}{2l} \sin \left( \frac{2k+1}{2l} \alpha (t - \tau) \right) d\tau \right] \right\} + \left( \frac{(2k+1)\pi}{2l} \right) \hat{\beta} \frac{\pi}{8} \left\{ S \sin(\bar{\omega} t + \varphi) + \frac{1}{l} \bar{f} r F \sin \frac{(2k+1)(\bar{x} + V\tau)}{2l} \sin \left( \frac{2k+1}{2l} (t - \tau) \right) d\tau \right\} \quad (18)$$

Для практичного використання оцінку динаміки процесу можна проводити на базі головної моди [26, 27], тобто на базі співвідношення

$$\varphi(x, t) = \left\{ \frac{1}{l} \bar{f} r F \left( \frac{3\pi}{2l} \alpha \right) \sin \frac{3\pi(\bar{x} + V\tau)}{2l} \sin \left( \frac{3}{2l} \pi \alpha (t - \tau) \right) d\tau + \frac{2l\varepsilon}{(2k+1)\pi\alpha} \cos \left( \pi \alpha \frac{3}{2l} (t - \tau) \right) \bar{\Theta}(\tau) d\tau \right\}. \quad (19)$$

Нижче на рис. 2 представлено зміну відносного кута повороту для різних характеристик процесу нанесення мікрорельєфу.

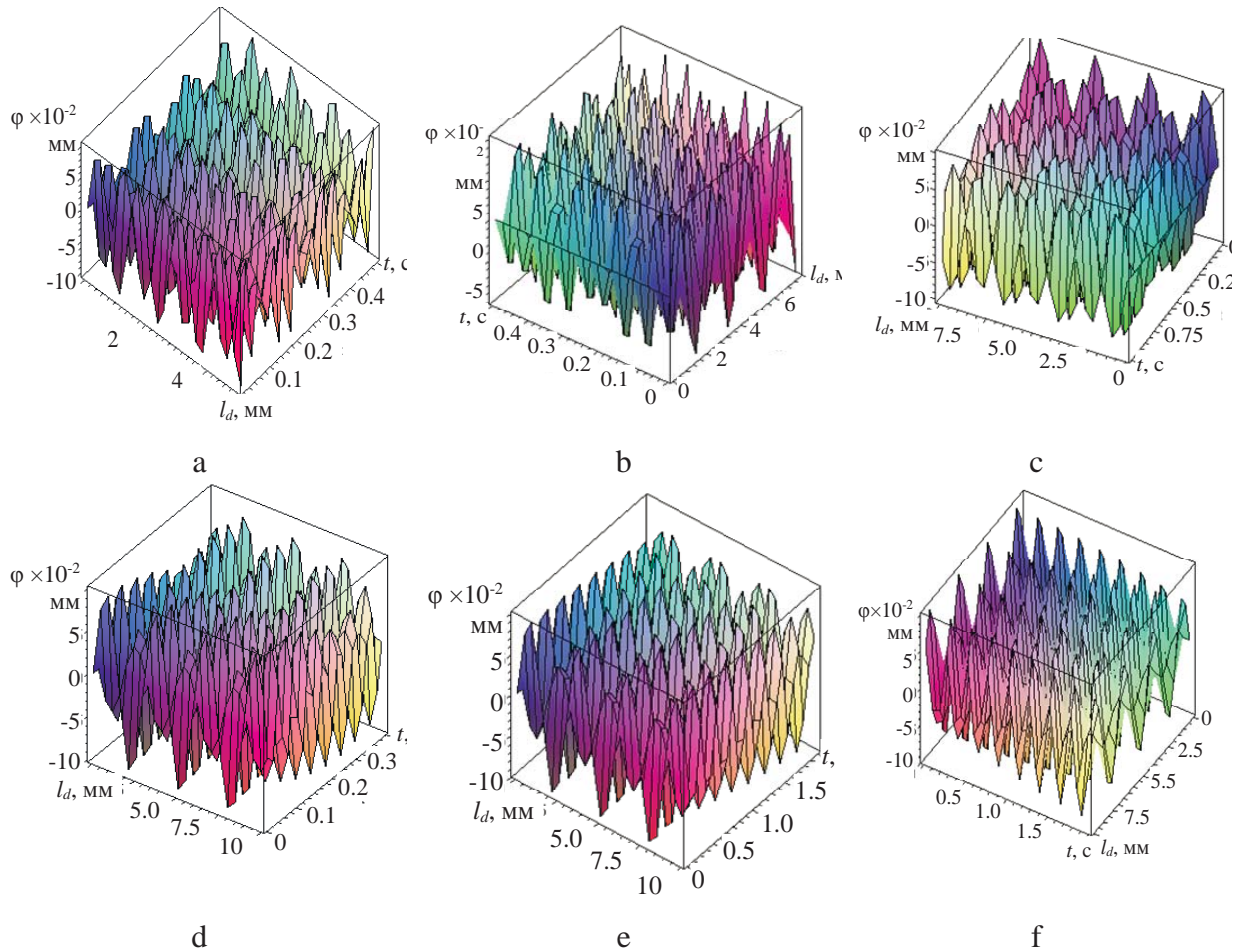


Рисунок 2 – Зміна в часі відносного кута закручення за різних технологічних параметрів нанесення мікрорельєфу

Джерело: розроблено авторами

- a)  $G = 8 \cdot 10^{10} \text{ H/m}^2$ ,  $l = 0.5 \text{ м}$ ,  $\bar{A} = 0,014 \text{ м}^2$ ,  $F_x = 300 \text{ Н}$   $V = 0,01 \text{ мс}^{-1}$   $\bar{f}_{ph} = 0,75$   $r = 0,12 \text{ м}$ ,  $\omega = 3$   
 b)  $G = 8 \cdot 10^{10} \text{ H/m}^2$ ,  $l = 0.75 \text{ м}$ ,  $\bar{A} = 0,014 \text{ м}^2$ ,  $F_x = 300 \text{ Н}$   $V = 0,01 \text{ мс}^{-1}$   $\bar{f}_{ph} = 0,75$   $r = 0,12$   $\omega = 3$   
 c)  $G = 8 \cdot 10^{10} \text{ H/m}^2$ ,  $l = 0.1 \text{ м}$ ,  $\bar{A} = 0,014 \text{ м}^2$ ,  $F_x = 300 \text{ Н}$   $V = 0,01 \text{ мс}^{-1}$   $\bar{f}_{ph} = 0,75$   $r = 0,12$   $\omega = 3$   
 d)  $G = 8 \cdot 10^{10} \text{ H/m}^2$ ,  $l = 0.1 \text{ м}$ ,  $\bar{A} = 0,014 \text{ м}^2$ ,  $F_x = 300 \text{ Н}$   $V = 0,025 \text{ мс}^{-1}$   $\bar{f}_{ph} = 0,75$   $r = 0,12$   $\omega = 3$   
 e)  $G = 8 \cdot 10^{10} \text{ H/m}^2$ ,  $l = 0.1 \text{ м}$ ,  $\bar{A} = 0,014 \text{ м}^2$ ,  $F_x = 300 \text{ Н}$   $V = 0,05 \text{ мс}^{-1}$   $\bar{f}_{ph} = 0,75$   $r = 0,12$   $\omega = 3$   
 f)  $G = 8 \cdot 10^{10} \text{ H/m}^2$ ,  $l = 0.1 \text{ м}$ ,  $\bar{A} = 0,014 \text{ м}^2$ ,  $F_x = 300 \text{ Н}$   $V = 0,05 \text{ мс}^{-1}$   $\bar{f}_{ph} = 0,75$   $r = 0,12$   $\omega = 6$   
 g)  $G = 8 \cdot 10^{10} \text{ H/m}^2$ ,  $l = 0.1 \text{ м}$ ,  $\bar{A} = 0,014 \text{ м}^2$ ,  $F_x = 400 \text{ Н}$   $V = 0,05 \text{ мс}^{-1}$   $\bar{f}_{ph} = 1$   $r = 0,12$   $\omega = 6$

**Висновки.** Розроблена у роботі методологія аналітичного опису технологічного процесу нанесення мікрорельєфу на внутрішню поверхню циліндричних деталей та отримані розрахункові залежності дають змогу стверджувати:

1. Конфігурація мікронерівностей залежать не тільки від кутової швидкості обертання тіла та складової привідного моменту, який примушує тіло обробки здійснювати відносний, коливальний рух, але й пружних коливань самого тіла.



2. Особливістю крутильних коливань є те, що вони зумовлені пружними властивостями тіла та зовнішньою дією сили, точка прикладання якої змінює своє відносне положення на внутрішній циліндричній поверхні, а відтак – відносні переміщення нормального поперечного перерізу оброблювального тіла у точці зовнішньої дії залежать від місця її знаходження.

3. Амплітудно-частотна характеристика відносних крутильних коливань залежить як від величини зовнішньої дії та фізико-механічних властивостей оброблювального тіла і для тіла із більш жорсткісними характеристиками частота пружних коливань є більшою, а амплітуда дещо меншою.

4. Достовірність отриманих розрахункових залежностей підтверджується отриманням у граничному випадку відомих, які стосуються процесу нанесення мікрорельєфу на циліндричну поверхню без урахування пружних коливань.

## Список літератури

1. Устройство и эксплуатация газотурбинных установок : учебное пособие / под общ. ред. Ю.Д. Земенкова. Тюмень : ТюмГНГУ, 2015. 434 с.
2. Petrovsky, E & Bashmur, Kirill & Shadchina, Yu & Bukhtoyarov, V & Tynchenko, V. (2019). Study of microrelief forming technology on sliding bearings for oil and gas centrifugal units. *Journal of Physics: Conference Series*. 1399. 055032. 10.1088/1742-6596/1399/5/055032.
3. Hassan, A.M. The effects of ball and roller burnishing on the surface roughness and hardness of some non-ferrous metals. *J. Mater. Process Technol.* 1997, 72, 385–391.
4. Andrzej Dzierwa, Angelos P. Markopoulos. Influence of ball-burnishing process on surface topography parameters and tribological properties of hardened steel. *Machines*. 2019, 7, 11; doi:10.3390/machines7010011
5. Hamdi, Amine. (2020). Effect of cutting variables on bearing area curve parameters (BAC-P) during hard turning process. *Archive of Mechanical Engineering*. 67. 73-95. 10.24425/ame.2020.131684.
6. Kubatova, D. & Melichar, M. (2019). Roughness Evaluation Using Abbott-Firestone Curve Parameters, *Proceedings of the 30th DAAAM International Symposium*, pp.0467-0475, B. Katalinic (Ed.), Published by DAAAM International, ISBN 978-3-902734-22-8, ISSN 1726-9679, Vienna, Austria DOI: 10.2507/30th.daaam.proceedings.063
7. Sheider, Yu.G.. Service properties of parts with regular microrelief, 2nd ed., Revised and augmented, Leningrad, Mashinostroenie, 1982. 248 p. (in Russian).
8. GOST 24773-81 Surfaces with regular microshape. Classification, parameters and characteristics, Moscow, Izd. Stand., 1988, 14p.
9. Aftanaziv, I.S.; Kyrychok P.O.; Melnychuk, P.P. Improving the reliability of machine parts by surface plastic deformation. *Zhytomyr, ZhTI Publishing*, 2001. 516 p. (in Ukrainian).
10. S. Slavov, D. Dimitrov, and I. Iliev, “Variability of Regular Relief Cells Formed on Complex Functional Surfaces by Simultaneous Five-Axis Ball Burnishing,” *UPB Scientific Bulletin, Series D: Mechanical Engineering* 82, no. 3 (August 2020): 195–206.
11. Slavov, S. D.; Dimitrov, D.M. A study for determining the most significant parameters of the ball-burnishing process over some roughness parameters of planar surfaces carried out on CNC milling machine, *MATEC Web of Conferences* 2018 178, 02005 doi:10.1051/mateconf/201817802005.
12. Dzyura, V. O. Modeling of partially regular microreliefs formed on the end faces of rotation bodies by a vibration method. *UJMEMS*. 2020. 6(1). 30-38.
13. Lacalle, Luis. (2012). Ball burnishing application for finishing sculptured surfaces in multi-axis machines. *International Journal of Mechatronics and Manufacturing Systems*. P.997-1003
14. Афтаназів І. С., Литвиняк Я. М., Кусий Я. М.. Дослідження динамічних характеристик вібраційно-відцентрового зміцнення довго вимірних циліндричних деталей . *Вісник Національного університету «Львівська політехніка»*. 2004. № 515 : Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні. С. 55-64.
15. Ціж Б.Р., Сокіл Б.І., Сокіл М. Б. Теоретична механіка: підручник . Львів: Сполом, 2008. 458 с.
16. Павловський М. А. Теоретична механіка. К . : Техніка, 2002. 512 с.
17. Маркович Б.М. Рівняння математичної фізики: навч. посіб. Львів: Вид-во Львівської політехніки, 2010. 384с.
18. Олейник О. А. Лекции об уравнениях с частными производными . Москва : Бинум, 2005. 60 с.

19. Перестюк М. О., Чернікова О. С. Деякі сучасні аспекти асимптотики теорії диференціальних рівнянь з імпульсною дією . *Укр. мат. журн.* 2008. 60. С. 81-90.
20. Капустян О. В., Перестюк М. О., Стенжицький О. М. Екстремальні задачі. Теорія. Приклади. Методи розв'язування . К . : ВПЦ Київ-унту, 2019. 71 с.
21. Дзыра Б. И. К вопросу обоснования метода усреднения для исследования одночастотных колебаний, возбуждаемых мгновенными силами . Аналитические и качественные методы исследования дифференциальных и дифференциально-разностных уравнений. Киев: Изд-во Ин-та математики, 1977. С. 34-38.
22. Дзыра Б. И., Ищук В. В. О влиянии параметрической нагрузки импульсного вида на нелинейную колебательную систему . Аналитические и качественные методы исследования дифференциальных и дифференциально-разностных уравнений. Киев: Изд-во Ин-та математики, 1977. С. 39-59.
23. Митропольский Ю. А., Мосеенков Б. И. Асимптотические решения уравнений в частных производных . Киев: Вища школа, 1976. 584 с.
24. Sokil V. I., Pukach P. Ya., Sokil M. B., Vovk M. I. Advanced asymptotic approaches and perturbation theory methods in the study of the mathematical model of single-frequency oscillations of a nonlinear elastic body. *Mathematical modeling and computing.* 2020. Vol. 7, no. 2. Pp. 269–277.
25. Дельта–функция. “Математика”. URL: [https://math world.wolfram.com/ DeltaFunction.html](https://mathworld.wolfram.com/DeltaFunction.html) (дата звернення: 15.09.2021).
26. Sveticanin L. Period of vibration of axially vibrating truly nonlinear rod. *Journal of Sound and Vibration.* 374, 199–210 (2016).
27. Sveticanin L., PoganyT. Oscillator with a sum of non-integer order non-linearities. *Journal of Applied Mathematics.* 2012, Article ID 649050, 20 pages (2012).

## References

1. Zemenkova, Ju.D. (Eds.). (2015). *Design and operation of gas turbine plants* . Tjumen' : TjumGNGU [in Russian]
2. Petrovsky, E & Bashmur, Kirill & Shadchina, Yu & Bukhtoyarov, V & Tynchenko, V. (2019). Study of microrelief forming technology on sliding bearings for oil and gas centrifugal units. *Journal of Physics: Conference Series.* 1399. 055032. 10.1088/1742-6596/1399/5/055032. [in English].
3. Hassan, A.M. (1997). The effects of ball and roller burnishing on the surface roughness and hardness of some non-ferrous metals. *J. Mater. Process Technol.*, 72, 385–391 [in English].
4. Andrzej Dzierwa, Angelos P. (2019). Markopoulos. Influence of ball-burnishing process on surface topography parameters and tribological properties of hardened steel. *Machines* 7, 11; doi:10.3390/machines7010011 [in English].
5. Hamdi, Amine. (2020). Effect of cutting variables on bearing area curve parameters (BAC-P) during hard turning process. *Archive of Mechanical Engineering*, 67, 73-95. 10.24425/ame.2020.131684 [in English].
6. Kubatova, D. & Melichar, M. (2019). Roughness Evaluation Using Abbott-Firestone Curve Parameters, *Proceedings of the 30th DAAAM International Symposium*, pp.0467-0475, B. Katalinic (Ed.), Published by DAAAM International, ISBN 978-3-902734-22-8, ISSN 1726-9679, Vienna, Austria DOI: 10.2507/30th.daaam.proceedings.063 [in English].
7. Sheider, Yu.G. (1982). *Service properties of parts with regular microrelief*. (2nd ed.). Revised and augmented, Leningrad, Mashinostroenie [in Russian].
8. Surfaces with regular microshape. Classification, parameters and characteristics. (1988). HOST 24773-81. Moscow, Izd. Stand. [in English].
9. Aftanaziv, I.S., Kyrychok, P.O. & Melnychuk, P.P. (2001). Improving the reliability of machine parts by surface plastic deformation. Zhytomyr: ZhTI Publishing [in Ukrainian].
10. S. Slavov, D. Dimitrov & I. Iliev, (2020). Variability of Regular Relief Cells Formed on Complex Functional Surfaces by Simultaneous Five-Axis Ball Burnishing. *UPB Scientific Bulletin, Series D: Mechanical Engineering*, 82, no. 3 (August 2020): 195–206 [in English].
11. Slavov, S.D. & Dimitrov, D.M. (2018). A study for determining the most significant parameters of the ball-burnishing process over some roughness parameters of planar surfaces carried out on CNC milling machine, *MATEC Web of Conferences* 2018 178, 02005 doi:10.1051/mateconf/201817802005 [in English].
12. Dzyura, V.O. (2020). Modeling of partially regular microreliefs formed on the end faces of rotation bodies by a vibration method. *UJMEMS*, 6(1), 30-38 [in English].
13. Lacalle, Luis. (2012). Ball burnishing application for finishing sculptured surfaces in multi-axis machines. *International Journal of Mechatronics and Manufacturing Systems*. P.997-1003 [in English].

14. Aftanaziv, I.S., Lytvyniak, Ya.M. & Kusyj, Ya.M. (2004). Doslidzhennia dynamichnykh kharakterystyk vibratsijno-vidsentrovoho zmitsnennia dovho vymirnykh tsylindrychnykh detalej . *Visnyk Natsional'noho universytetu «L'viv's'ka politekhnika». Optymizatsiia vyrobnychych protsesiv i tekhnichnyj kontrol' u mashynobuduvanni ta prykladobuduvanni – Bulletin of the National University "Lviv Polytechnic". Optimization of production processes and technical control in mechanical engineering and instrument making.* 515, 55-64 [in Ukrainian].
15. Tsizh, B.R., Sokil, B.I. & Sokil, M. B. (2008). *Teoretychna mekhanika [Theoretical mechanics]*. L'viv: Spolom [in Ukrainian].
16. Pavlovs'kyj, M.A. (2002). *Teoretychna mekhanika [Theoretical mechanics]*. Kyiv: Tekhnika [in Ukrainian].
17. Markovych, B.M. (2010). *Rivniannia matematychnoi fizyky [Equations of mathematical physics]*. L'viv: Vyd-vo L'vivs'koi politekhniki [in Ukrainian].
18. Olejnik, O.A. (2005). *Lekcii ob uravnenijah s chastnymi proizvodnymi [Lectures on partial differential equations]*. Moskva: Binom [in Russian].
19. Perestiuk, M.O. & Chernikova, O.S. (2008). *Deiaki suchasni aspekty asymptotyky teorii dyferentsial'nykh rivnian' z impul'snoiu diieiu [Some modern aspects of the asymptotics of the theory of differential equations with impulse action]*. *Ukrains'kyj matematychnyj zhurnal – Ukrainian Mathematical Journal* 60, 81-90 [in Ukrainian].
20. Kapustian, O.V., Perestiuk, M.O. & Stenzhyts'kyj, O.M. (2019). *Ekstremal'ni zadachi. Teoriia. Pryklady. Metody rozv'iazuvannia [Extreme tasks. Theory. Examples. Methods of solving]*. Kiyv: VPTs Kyiv-untu [in Ukrainian].
21. Dzyra, B.I. (1977). *K voprosu obosnovanija metoda usrednenija dlja issledovanija odnochastotnykh kolebanij, vzbuzhdaemyh mgnovennymi silami . Analiticheskie i kachestvennye metody issledovanija differentsial'nyh i differentsial'no-razdnostnyh uravnenij [On the question of substantiation of the averaging method for the study of single-frequency oscillations excited by instantaneous forces. Analytical and qualitative methods for studying differential and differential-difference equations]*. Kiev: Izd-vo In-ta matematiki [in Russian].
22. Dzyra, B.I. & Ishhuk, V.V. (1977). *O vlijanii parametriceskoj nagruzki impul'snogo vida na nelinejnuju kolebatel'nuju sistemu . Analiticheskie i kachestvennye metody issledovanija differentsial'nyh i differentsial'no-razdnostnyh uravnenij [On the influence of parametric load of an impulse type on a non-linear oscillatory system. Analytical and qualitative methods for studying differential and differential-difference equations]*. Kiev: Izd-vo In-ta matematiki [in Russian].
23. Mitropol'skij, Ju. A. & Moseenkov, B. I. (1976). *Asimptoticheskie reshenija uravnenij v chastnyh proizvodnyh [Asymptotic solutions of partial differential equations]*. Kiev: Vishha shkola [in Russian].
24. Sokil, B.I., Pukach, P.Ya., Sokil, M.B. & Vovk, M.I.(2020). Advanced asymptotic approaches and perturbation theory methods in the study of the mathematical model of single-frequency oscillations of a nonlinear elastic body. *Mathematical modeling and computing, Vol. 7, 2, 269–277* [in English].
25. Del'ta–funkcija. “Matematika” [mathworld.wolfram.com](https://mathworld.wolfram.com/DeltaFunction.html). Retrieved from <https://mathworld.wolfram.com/DeltaFunction.html> [in Russian].
26. Cveticanin, L. (2016). Period of vibration of axially vibrating truly nonlinear rod. *Journal of Sound and Vibration*.374, 199–210 [in English].
27. Cveticanin L. & Pogany, T. (2012). Oscillator with a sum of non-integer order non-linearities. *Journal of Applied Mathematics*, Article ID 649050, 20 pages [in English].

**Volodymyr Dzyura**, Assoc. Prof., DSc., **Pavlo Maruschak**, Prof., DSc., **Dmytro Radyk**, Assoc. Prof., PhD tech sci.,

*Ternopil Ivan Puluj National Technical University, Ternopil, Ukraine*

**Mariya Sokil**, Assoc. Prof., PhD tech sci.

*Lviv Polytechnic National University, Lviv, Ukraine*

### **Dynamics of Relative Torsional Oscillations During the Formation of a Regular Microrelief on Internal Cylindrical Surfaces**

An analysis of modern literature sources to search for mathematical models describing the dynamics of the process of forming a regular microrelief on the inner cylindrical surface of parts, gas transmission equipment operating in severe operating conditions, in order to increase their life. It is established that there are no mathematical models describing this process and the peculiarities of its implementation under the point action of the deforming element on the workpiece surface. The molding movements accompanying the process of forming a regular microrelief on the inner cylindrical surface of the workpiece are considered and the driving forces that accompany this process are analyzed.

On the basis of the conducted analysis the mathematical model of dynamic process of formation of a regular microrelief on an internal cylindrical surface of a detail is developed. The peculiarity of this process is that the process of microrelief formation occurs by a concentrated force, the point of application of which in relation to the part is constantly changing in radial and axial directions, and then the mathematical model describing this process will be with a discrete right. It is proposed to model such an action using Dirac delta functions with linear and temporal variables, using the method of regularization of these features, in particular, existing methods of integrating the corresponding nonlinear mathematical models of torsional oscillations of a part. Analytical dependences are obtained, which describe these oscillations in the process of formation of a regular microrelief. Using Maple software, 3D changes in the torsion angle depending on different output values are constructed.

The conducted researches will allow to consider torsional fluctuations that is especially actual for long cylindrical details, such as sleeves of hydraulic cylinders, details of drilling mechanisms and others.

**technology, cylindrical surface, quality parameters, vibration processing, torsional vibrations, mathematical models**

*Одержано (Received) 22.09.2021*

*Прорецензовано (Reviewed) 28.10.2022*

*Прийнято до друку (Approved) 31.03.2022*

**УДК 621.787.4**

**DOI: [https://doi.org/10.32515/2664-262X.2022.5\(36\).1.14-22](https://doi.org/10.32515/2664-262X.2022.5(36).1.14-22)**

**Я.Б. Немировський**, проф., д-р техн. наук, **І.В. Шепеленко**, доц., д-р техн. наук, **М.В. Красота**, доц., канд. техн. наук

*Центральноукраїнський національний технічний університет, м. Кропивницький, Україна*

*e-mail: [kntucpfzk@gmail.com](mailto:kntucpfzk@gmail.com)*

## Оцінка міцності поршневих пальців, відновлених за рахунок роздачі внутрішнього отвору

Одним із найбільш прогресивних методів відновлення поршневих пальців ДВЗ є роздача внутрішнього отвору, що забезпечує збільшення зовнішнього діаметра зношеного пальця. У процесі подальшої обробки виконується знімання припуску із зовнішньої поверхні, що викликає витончення стінки та необхідність проведення розрахунків на міцність пальця. В роботі виконані перевіряючі розрахунки міцності пальців двигунів Д245. При цьому використана схема із жорстким закріпленням вільних кінців, для чого розраховано статично невизначену балку. Виконано експериментальну перевірку аналітичних розрахунків. Проведені дослідження дозволили встановити, що використання роздачі отвору при відновленні поршневих пальців не змінює міцність та геометричні характеристики деталі. Це дозволило рекомендувати дану технологію при відновленні робочих поверхонь поршневих пальців.

**поршневий палець, роздача, міцність, жорсткість**

**Постановка проблеми.** Важливим резервом підвищення ефективності використання техніки, економії матеріальних і трудових ресурсів є відновлення та зміцнення деталей [1]. У цьому сенсі надзвичайно актуальним є розробка та впровадження безвідходних технологічних процесів відновлення зношених деталей [2] та особливо тих, виробництво яких носить масових характер. До таких деталей відноситься поршневий палець двигунів внутрішнього згорання (ДВЗ). Тільки в