

УДК 656:338

DOI: [https://doi.org/10.32515/2664-262X.2021.4\(35\).232-247](https://doi.org/10.32515/2664-262X.2021.4(35).232-247)

**В.В. Аулін**, проф., д-р техн. наук, **Д.В. Голуб**, доц., канд. техн. наук, **А.С. Замуренко**, асп., **А.В. Гриньків**, ст. наук. співр., канд. техн. наук, **С.В. Лисенко**, доц., канд. техн. наук, **В.О. Дьяченко**, асп.

*Центральноукраїнський національний технічний університет, м. Кропивницький, Україна*

*e-mail: AulinVV@gmail.com, dimchik529@gmail.com*

## Теоретичний системно-спрямований підхід до визначення інтегрального показника ефективності реалізації операцій в транспортних системах

Наведено підхід до визначення показника ефективності реалізації операцій в транспортних системах, що є мірою відповідності реального результату операцій бажаному, а отже є мірою гарантії або ймовірністю того, що термін служби транспортної послуги буде не менше необхідного. Дано алгоритм його визначення та графічно зображено функції розподілу результату операції, показано схеми оцінки ймовірності гарантії. Розглянуто перелік вимог, яким повинен задовольняти показник ефективності та форми його виміру.

Виявлено, що при дослідженні ефективності операцій широко поширений показник середнього результату, який використовується в тих випадках, коли мета операції виражається числовою змінною.

З'ясовано, що важливою властивістю показника середнього результату є його адитивність, а збільшення кількісного показника періодичності призводить до зниження якості транспортної системи і не виконання властивості адитивності.

Наведено принципи використання характеристики розсіювання реального результату відносно необхідного значення або математичного очікування в якості показника ефективності при умовах описання результату випадковою величиною. Наведено графічну ілюстрацію функцій відповідності щодо показників розсіювання результату.

**транспортна система, підсистема, показник, ефективність, операція, ймовірність, міра гарантії**

**Постановка проблеми.** Відомо, що в реальних системах може мати місце суперечність цілей підсистем різних рівнів ієрархії систем [1]. Врахування цього показника передбачається забезпечувати за рахунок відповідного вибору змінних для дослідження ефективності на кожному рівні ієрархії, оскільки часто показники для оцінки підсистем, що знаходяться нижче, призначаються вищестоящою системою. А тому має сенс оцінювати ефективність системи з двох позицій: з точки зору міри досягнення мети (тобто відповідності бажаних і досягнутих показників) і з точки зору співвідношення витрат і результатів.

Якщо мета (мінімально прийнятний рівень) в принципі не досягнута, то тоді вести мову про співвідношення витрат і результатів не має сенсу. При дослідженні багаторівневої системи важливим чинником, що ускладнює оперативне ухвалення рішень, що стосуються оцінки ефективності, є великий об'єм числових даних, оскільки показник ефективності може бути визначений для кожної підсистеми і кожного елемента в кожній підсистемі [2].

З метою зниження інформаційного перевантаження верхніх рівнів ієрархії [3] необхідно запропонувати системі прийняття рішень деякий узагальнений показник,

який характеризував би внутрішню ефективність усієї системи в цілому і був би осяжним, тобто доступним для сприйняття без подальшої математичної обробки. Під зовнішньою ефективністю розумітимемо ефективність системи, визначену при погляді на систему ззовні [4], тобто як на монолітний об'єкт, що не має структури.

Представляється доцільним побудувати такий інтегральний показник на основі показників ефективності підсистем і елементів досліджуваної системи. При цьому, необхідно врахувати і міру важливості підсистем і елементів.

Так само, як і при розв'язанні задачі перерозподілу ресурсів в підсистемах [5], нам не обійтися без використання штучних еталонних меж ефективності, оскільки існуючі методи у своїй традиційній формі дозволяють отримати лише показник відносної ефективності об'єктів шляхом зіставлення їх між собою. Але у такому разі об'єднувати показники ефективності, розраховані для елементів різних підсистем, не представляється можливим: така інтегральна оцінка не буде коректною, оскільки в кожній підсистемі буде, фактично, своя точка відліку для визначення показників ефективності елементів кожної підсистеми.

Пропонований підхід призначений для дослідження ефективності складних ієрархічних систем, в яких є підсистеми дискретного типу, що мають при цьому властивість взаємної компенсації чинників, таких як транспортні системи.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Одним з шляхів підвищення ефективності системи є раціональний (оптимальний) розподіл ресурсів усередині системи [6].

Теорія потенційної ефективності складних систем, приведена в роботі [7], займає проміжне положення між концептуальною частиною системології і більш конкретними, розрахунковими методами аналізу систем. Метою цієї теорії є формулювання загальних граничних законів, що обмежують ефективність складних систем будь-якої природи [7]. Основним поняттям цієї теорії є поняття  $(u, v)$  - обміну між системою А і середовищем В, де  $u$  - деяка кількість абстрактних ресурсів, що витрачаються системою, які система «платить» середовищу за кількість  $v$  абстрактних ресурсів. При цьому вказується на дуже примітну обставину: на загальний характер граничного закону для різноманітних моделей складних систем, що виникають незалежно один від одного в теоріях надійності, інформації, ігор та інших областях [8]. Це пов'язано з проявом імовірнісного закону великих відхилень, властивого асимптотичній поведінці усіх даних моделей. Імовірнісна форма визначення ефективності системи досягаючи окремих її тактичних цілей дозволяє оцінити ймовірність досягнення нею стратегічної мети за допомогою нерівності Буля [8]. Зокрема, на основі оцінок ефективності за окремими якостями можливо оцінити якість самої цілісної системи.

У роботі [8] відзначається, що досконала теорія дозволяє оцінити потенційну ефективність складних технічних систем в цілому і залежно від цього призначити раціональні вимоги до ефективності їх підсистем. Вона може бути використана при дослідженні транспортних систем [7].

У методиці, запропонованій в роботі [9], використовується дещо спрощений показник ефективності. Його роль відіграє скаляр, який є об'ємом одного виду продукції, що виробляється в підсистемах ієрархічної системи. Ресурси, що використовуються системою, в явному виді не включені в розгляд. Мова про структуру вхідних і вихідних змінних (якби це були вектори) не йдеться. Рекомендації по перерозподілу ресурсів не сформульовані у формі алгоритму, а тому носять досить узагальнений характер.

Методика, пропонується в роботі [10], слугує хорошим інструментом для проведення оцінки досягнутого рівня ефективності в досліджуваній системі, не

дозволяє дати для неї яких-небудь прогнозів відносно ефективності в майбутні періоди і запропонувати рекомендації по перерозподілу ресурсів в системі з метою підвищення її ефективності. Вона пропонує механізм коригування значень показників ефективності об'єктів на різних рівнях ієрархії з урахуванням ефективності груп, в які входять ці об'єкти. При цьому ураховується ефективність вищестоящих об'єктів.

Проте не запропоновано способу визначення інтегральної внутрішньої ефективності усїєї ієрархічної системи. Такий показник міг би відображати ефективність усіх підсистем складної багаторівневої системи, такої як транспортної. При оцінці ефективності системи, що має ієрархічну структуру, виникає проблема оцінки ефективності підсистем на різних рівнях ієрархії [11], а також проблема агрегації оцінок ефективності окремих об'єктів в єдину оцінку ефективності системи.

Вирішення проблеми агрегації оцінок ефективності для однорівневих економічних систем були запропоновані в роботах [12, 13]. Основна ідея запропонованого в роботі [13] способу агрегації оцінок ефективності полягає у використанні зваженого середнього оцінок ефективності окремих об'єктів, а вагові коефіцієнти об'єктів визначати, виходячи з часток кожного об'єкту в сукупному доході групи об'єктів (галузі), а також долею об'єктів у використанні ресурсів і у виробництві кожного виду продукції. В результаті враховується економічна значущість об'єкту при визначенні його вкладу в агреговану (інтегральну) оцінку ефективності усїєї групи об'єктів.

Таким чином, видається необхідною розробка формалізованої методики дослідження ефективності ієрархічних систем, яка заповнювала б відмічені недоліки вищеописаних методик. У основу цієї методики має бути покладений метод оцінки ефективності, що відноситься до середнього рівня спільності.

**Постановка завдання.** Метою даної роботи є розробка підходу до визначення показника ефективності реалізації операцій в транспортних системах, що є мірою відповідності реального результату операцій бажаному, а отже - мірою гарантії або ймовірності того, що термін служби транспортної послуги буде не менше необхідного.

**Виклад основного матеріалу.** Показник ефективності  $W(u)$  реалізації операції в транспортних системах є мірою відповідності реального результату операцій бажаному [14]. Значимо, що цей показник залежить від стратегії  $u$  і визначається на множині допустимих стратегій  $U$ :  $u \in U$ . У загальному вигляді залежність  $W(u)$  задається відображенням допустимих стратегій  $U$  у множині значень показника ефективності  $W$ :  $\Psi: U \rightarrow W$ . В той час як звичайне відображення  $T$  задається у формі певної математичної моделі операцій.

Основною вимогою при виборі показника ефективності є відповідність показника ефективності меті операцій  $A_0$ , які відображаються в необхідному (бажаному) результаті  $Y^{нб}$ . Крім того, показник ефективності повинен задовольняти наступним вимогам: змістовності (фізичної, економічної або іншої природи); інтерпретації або тлумачення отриманих математичних залежностей і результатів стосовно даних конкретних областей; вимірності; відповідності системі переваг особи (осіб), що приймає рішення (ОПР).

Розглянемо більш детально деякі з цих вимог. Показник ефективності може вимірюватися як в метричній, так і порядковій шкалах. Для опису відповідності реального результату операції  $Y$  необхідному результату  $Y^{нб}$  формально вводять числову функцію - функцію відповідності на множині результатів операції:

$$\rho = \rho[Y(u), Y^{нб}]. \quad (1)$$

Ця функція відповідності показує міру реалізації мети операції, а конкретний її вид залежить від мети операції, завдання дослідження, а також інших чинників. Внаслідок того, що  $Y(u)$  може бути випадковою змінною (числовою або нечисловою), функція відповідності також може бути випадковою числовою функцією випадкового аргументу. У деяких задачах  $Y^{nb}$  доводиться вводити як випадкову змінну. Якщо результат подається випадковою змінною, то запис  $Y(u)$  означає, що розподіл залежить від стратегії  $u \in U$ . В цьому випадку функція розподілу  $F_u(y)$  записується з індексом  $u$ , оскільки вид її залежить від  $u$ .

При цьому математичне очікування функції дозволяє розглядати як показник ефективності  $W(u)$ :

$$W(u) = M\{\rho[Y(u), Y^{nb}]\}, \quad (2)$$

де  $M$  – операція математичного очікування.

Якщо  $Y(u)$  і  $Y^{nb}$  – невідповідні змінні, то маємо:

$$W(u) = \rho[Y(u), Y^{nb}].$$

Визначено, що у детермінованому випадку функцію відповідності можливо використати в якості показника ефективності операції. Це означає, що показник ефективності повинен враховувати психологічні особливості ОПР. Тобто відображаються її відношення до різних ситуацій в умовах невизначеності: схильність, несхильність або байдужість до ризику. Формально психологічні особливості ОПР враховуються введенням спеціальної оцінної функції  $f^{\theta_c}(\rho)$ , що відображає відношення ОПР до ризику.

У випадках, коли функція  $f^{\theta_c}(\rho)$  є випадковою, то показник ефективності  $W$  є математичним очікуванням спеціальної оцінної функції:

$$W(u) = M\{f^{\theta_c}\{\rho[Y(u), Y^{mp}]\}\}. \quad (3)$$

Якщо результат  $Y$  операції може бути описаний єдиною величиною  $y$ , то вирази (2) і (3) визначають скалярні показники ефективності. В інших випадках вводять векторний показник ефективності:

$$W(u) = \|W_1(u), W_2(u), \dots, W_m(u)\|^T, \quad (4)$$

де  $W_i(u)$ ,  $i = \overline{1, m}$  визначається за виразом (2) з підстановкою замість  $Y(u)$ ,  $Y^{nb}$  величин  $y_i(u)$ ,  $y_i^{nb}$  часткових характеристик результату:

$$W_i(u) = M\{\rho[y_i(u), y_i^{nb}]\}, \quad i = \overline{1, m}.$$

Векторний показник ефективності накладає додаткові вимоги: мінімальності числа часткових показників і повноти. Зазвичай векторний показник вводять у випадках, коли єдина мета операцій досягається рішенням декількох завдань, ефективність рішення кожного з яких оцінюється відповідним частковим показником  $W_i(u)$ ,  $i = \overline{1, m}$ , але згорнути ці показники в один узагальнений показник не вдається.

Ці часткові завдання можуть вирішуватися окремими підсистемами, що входять в загальну систему  $S_0$ , і тоді  $W_i(u)$  є показник ефективності часткових операцій, що проводяться  $i$ -підсистемою. Крім того, ці завдання можуть вирішуватися однією підсистемою, але на різних етапах операцій, і тоді  $W_i(u)$  є показник ефективності рішення завдання на  $i$ -му етапі операцій.

Показник ефективності у вигляді виразу (3) є найбільш загальним. Залежно від виду оцінної функції  $f^{\theta_c}(\rho)$  і функції відповідності  $\rho[Y(u), Y^{n\sigma}]$  можна отримати різні показники ефективності.

Розглянемо це на прикладі скалярних показників, які часто використовуються при дослідженні ефективності транспортних систем. Щоб відокремити випадкову величину від її можливого значення, над відповідною літерою ставитимемо символ  $\wedge$ :  $\hat{\rho}$  - випадкова величина,  $\rho$  - її можливе значення.

При дослідженні ефективності операцій, коли мета операції виражається числовою змінною широко використовується показник середнього результату:

$$\overline{W(u)} = M[y(u)]. \quad (5)$$

Очевидно, що вираз (5) є часткою випадком показника (2), коли функція відповідності дорівнює реальному результату:

$$\rho[y(u), y^{n\sigma}] = y(u).$$

Знаючи показник середнього результату і діапазон зміни результату, можна порівняти його значення з гранично великим значенням.

Слід зазначити, що важливою властивістю показника середнього результату є його адитивність:

$$M\left[\sum_i \hat{y}_i\right] = \sum_i M[\hat{y}_i]. \quad (6)$$

Якщо результат операції  $\hat{y}(u)$  представити у вигляді суми результатів дій підсистеми  $\hat{y} = \sum \hat{y}_i$ , то середній результат операції дорівнює сумі середніх часткових результатів, незважаючи на можливу їх стохастичну залежність.

Виявлено, що збільшення кількісного показника періодичності призводить до зниження якості транспортної системи за показником періодичності і властивість адитивності не справджується. Для дотримання адитивності необхідно, щоб збільшення чисельного значення результату операції відповідало поліпшенню якості транспортної системи, а не навпаки.

Нехай мета операції описується випадковою подією  $A$ , настання якої є бажаним результатом операції. Комплекс умов, а отже, і ймовірність  $P_u(a)$  настання цієї події залежать від стратегії  $u \in U$ . Функція відповідності  $\rho$  в цьому випадку розглядається як бернулівська змінна, яка може набути значення 0 або 1:

$$\rho[y(u), y^{n\sigma}] = \begin{cases} 1, & \text{якщо подія } A \text{ настає;} \\ 0, & \text{в протилежному випадку.} \end{cases} \quad (7)$$

При цьому функції відповідності  $y^{n\sigma} = 1$ . Ймовірність події  $A$  є математичним очікуванням бернулівської змінної або функції відповідності (7):

$$M\{\rho[y_i(u), y_i^{n\sigma}]\} = 1 \cdot P_u(A) + 0 \cdot P_u(\bar{A})$$

Отже показник ефективності є ймовірність настання події  $A$ :

$$W(u) = P_u(A).$$

Часто подія  $A$  подається співвідношенням між реальним результатом  $y(u)$  і необхідним  $y^{n\sigma}$ :

$$A_1 = \{\hat{y}(u) \geq y^{нб}\} \text{ або } A_2 = \{y_1^{нб} \leq \hat{y}(u) \leq y_2^{нб}\}.$$

Функції відповідності для цих подій вводяться таким чином:

- для події  $A_1$

$$\rho[y(u), y^{нб}] = \begin{cases} 1, \text{ якщо } \hat{y}(u) \geq y_1^{нб}; \\ 0, \text{ якщо } \hat{y}(u) < y_1^{нб}; \end{cases} \quad (8)$$

- для події  $A_2$

$$\rho[y(u), y^{нб}] = \begin{cases} 1, \text{ якщо } y_1^{нб} \leq \hat{y}(u) \leq y_2^{нб}; \\ 0, \text{ протилежному випадку.} \end{cases}$$

Зазначимо, що функцію відповідності використовують у випадках, коли необхідний результат завдання і його досягнення є неодмінною умовою виконання поставленого завдання. При цьому показник ефективності дорівнює:

$$W(u) = P\{\rho[y(u), y^{нб}]\} = P\{\hat{y}(u) \geq y^{нб}\} \quad (9)$$

Він трактується як імовірнісна міра гарантії виконання поставленого завдання.

Якщо мета операції полягала у забезпеченні підвищення терміну служби послуги до рівня, не нижче необхідного  $y^{нб}$ , то показник ефективності операції (9) є мірою гарантії або ймовірністю того, що термін служби послуги буде не менше необхідного. При відомій функції розподілу реального результату  $F(y)$  показник ефективності набуває вигляду:

$$W(u) = 1 - F_u(y^{нб}).$$

Графічна інтерпретація функції розподілу  $F(y)$  представлена на рис. 1. Зображена функція розподілу результату операції і показана схема оцінки імовірнісної гарантії:

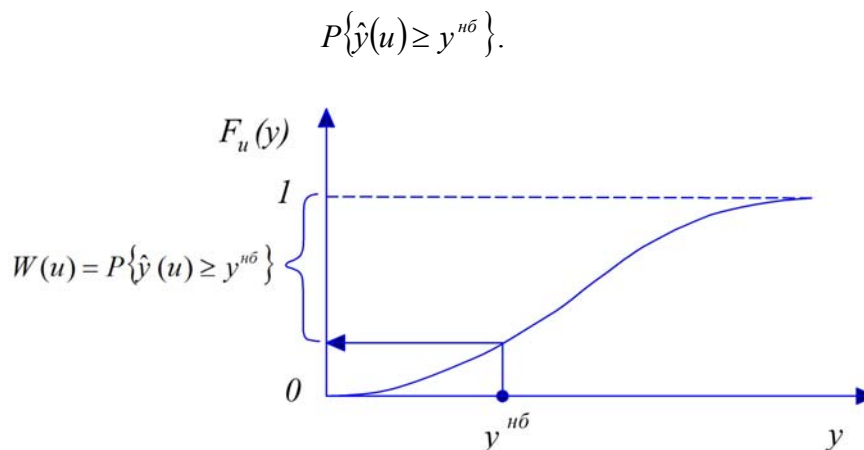
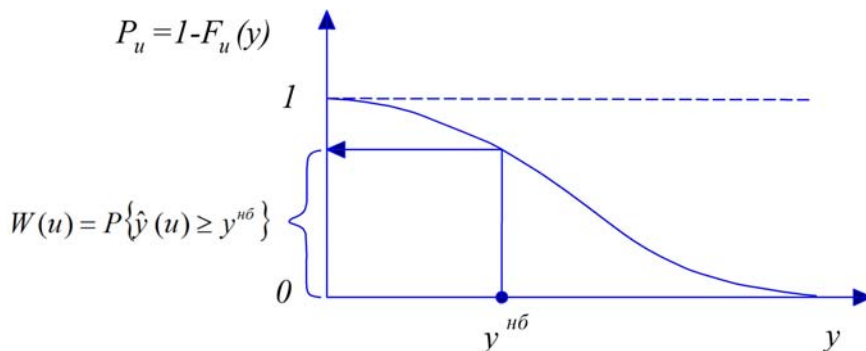


Рисунок 1 – Схематичне зображення функції розподілу  $F(y)$  результату операції  
Джерело: розроблено авторами

На рис. 2 дано графічну інтерпретацію функції протилежної функції розподілу  $F_u(y)$ . У цьому випадку отриману функцію можна трактувати як функцію надійності досягнення результату операції.



Рисунку 2 – Схематичне зображення функції надійності або результату операції  
 Джерело: розроблено авторами

Можна бачити, що ймовірність  $P\{\hat{y}(u) \geq y^{nb}\}$  залишилася тією ж, але на графіку вона змістилася. В якості показника ефективності операції разом з виразом (9) може бути прийнято мінімальний результат, що отримується із заданою ймовірністю:

$$\gamma = P(\hat{y} \geq y_\gamma). \tag{10}$$

Оскільки  $F(\hat{y}) = P(\hat{y} \leq y^{nb})$  або  $P(y^{nb} \geq \hat{y}) = 1 - F(\hat{y})$ , то

$$\gamma = P(\hat{y} \geq y_\gamma) = 1 - F(y_\gamma), \tag{11}$$

де  $F(y)$  - функція розподілу реального результату операції (випадкової величини  $y(u)$ ).

Розв'язавши рівняння (12) відносно  $y_\gamma$ , отримаємо:

$$y_\gamma = F^{-1}(1 - \gamma). \tag{12}$$

Значимо, що  $y_\gamma$  є зворотною функцією до функції розподілу  $F(y)$  при значенні аргументу  $a=1-\gamma$ , тобто,  $y_\gamma$  - квантиль. Нагадаємо, що квантиль - це аргумент функції розподілу при заданій ймовірності.

Функція розподілу результату операції і сам гарантований результат (перехід від  $a=1-\gamma$  до  $y_\gamma$ ) показано на рис. 3.

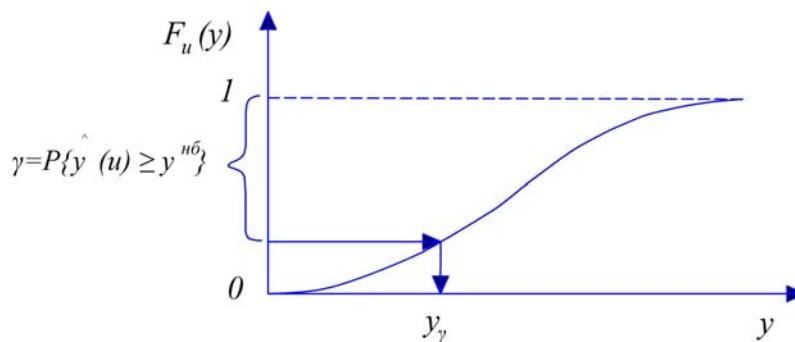


Рисунок 3 – Схематичне зображення функції розподілу результату операції та гарантованого результату

Джерело: розроблено авторами

При цьому функція відповідності має вигляд:

$$\rho = F^{-1}(1 - \gamma). \quad (13)$$

Вона є величиною не випадковою і її математичне очікування дорівнює  $\rho$ .

Враховуючи це, показник ефективності у формі (2) має вигляд:

$$W(u) = M[\rho] = y_\gamma. \quad (14)$$

Таким чином, необхідний результат побічно відображає заданий або необхідний рівень ймовірності, що є мірою гарантії. На практиці при оцінці ефективності операцій доводиться враховувати випадковий характер необхідного або потрібного результату.

В якості результату операції по підвищенню надійності транспортної системи можна вважати, щоб термін її безвідмовної роботи був не менше періоду часу активного функціонування цієї системи (рис. 4).

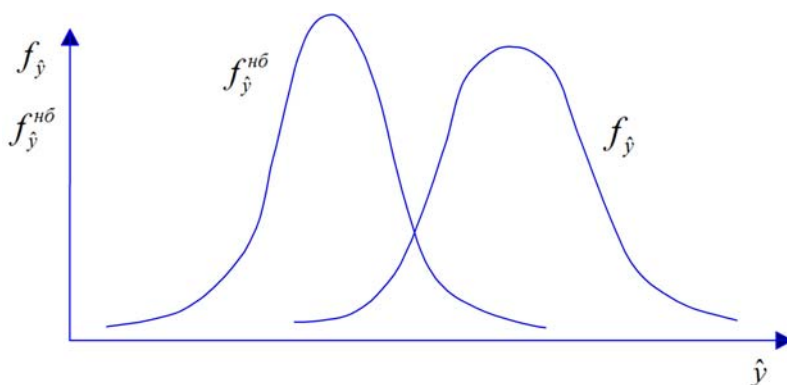


Рисунок 4 – Щільність розподілу випадкових величин

Джерело: розроблено авторами

Термін безвідмовної роботи транспортної системи і період часу її активних робіт можуть мати випадковий характер. Необхідний результат в цих умовах описується випадковою змінною  $\hat{y}^{nb}$ , яка є мінімально необхідним результатом. Якщо  $\hat{y}^{nb}$  - випадкова величина або числова випадкова змінна, то її розподіл описує функція розподілу  $F_u(y^{nb})$ .

У випадках, коли метою операції є досягнення результату  $y(u)$  не нижче необхідного рівня, то функцію відповідності можна ввести по аналогії з виразом (8):

$$\rho[\hat{y}(u), \hat{y}^{nb}] = \begin{cases} 1, & \text{якщо } \hat{y}(u) \geq \hat{y}^{nb}; \\ 0, & \text{якщо } \hat{y}(u) < \hat{y}^{nb}; \end{cases} \quad (15)$$

При цьому показник ефективності дорівнює:

$$W(u) = M\{\rho[\hat{y}(u), \hat{y}^{nb}]\} = P[\hat{y}(u) \geq \hat{y}^{nb}]. \quad (16)$$

Вираз (16) свідчить, що показник ефективності є математичним очікуванням функції відповідності (15), а також є ймовірністю гарантією того, що реальний результат буде не менш необхідного при випадковому характері як реального, так і потрібного результатів.

Розглянемо, процедуру обчислення показника ефективності по функціях розподілу випадкових величин. Для цього введемо в розгляд спільну щільність розподілу  $f(y, y^{nb})$  випадкових величин  $y$  і  $y^{nb}$  та опустимо галочки в їх позначеннях.



Область допустимих значень  $y$  і  $y^{нб}$ , при яких дотримується умова  $y \geq y^{нб}$  відображена на рис. 5.

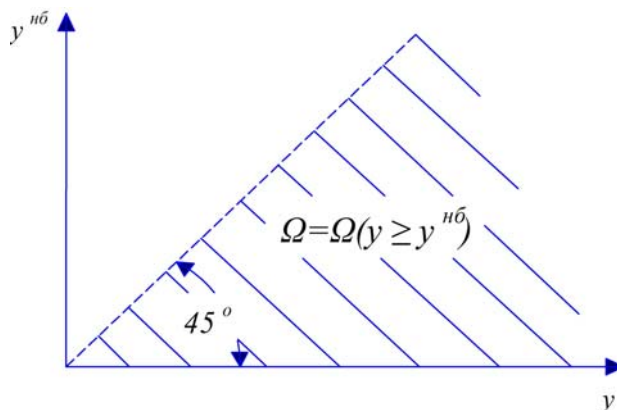


Рисунок 5 – Схематичне зображення області надійної роботи елементу транспортної системи  
Джерело: розроблено авторами

Якщо взяти інтеграл від функції щільності  $f(y, y^{нб})$  по області  $\Omega$ , то отримаємо ймовірність безвідмовної роботи елементу транспортної системи, тобто його надійність:

$$P(y \geq y^{нб}) = \int_{\Omega} f(y, y^{нб}) dy dy^{нб}, \quad (17)$$

Оскільки випадкові величини  $y$  і  $y^{нб}$  незалежні, то спільну щільність  $f(y, y^{нб})$  можна представити у вигляді:

$$f(y, y^{нб}) = f(y)f(y^{нб}), \quad (18)$$

де  $f(y)$  і  $f(y^{нб})$  – щільність розподілу випадкових величин  $y$  і  $y^{нб}$  відповідно.

Щоб при інтегруванні вираз (18) залишився в області  $\Omega$ , то необхідно змінювати параметр  $y$  змінювати від 0 до  $\infty$ , а  $y^{нб}$  – від 0 до значення  $y = y^{нб}$ . Враховуючи зазначене, маємо:

$$P(y \geq y^{нб}) = \int_{\Omega} f(y, y^{нб}) dy dy^{нб} = \int_0^{\infty} \int_0^{y=y^{нб}} f(y)f(y^{нб}) dy dy^{нб} = \int_0^{\infty} f(y) \left[ \int_0^{y=y^{нб}} f(y^{нб}) dy^{нб} \right]. \quad (19)$$

Якщо врахувати інтегральну функцію розподілу:

$$\left[ \int_0^{y=y^{нб}} f(y^{нб}) dy^{нб} \right] = F(y^{нб}), \quad (20)$$

то остаточно отримуємо:

$$P(y \geq y^{нб}) = \int_0^{\infty} f(y)F(y^{нб}) dy. \quad (21)$$

Остання залежність дає можливість обчислити значення показника ефективності по відомих функціях розподілу випадкових величин.

Розглянемо показник ефективності як усереднену міру перевищення випадкової величини отриманого результату над невизначеною величиною необхідного результату. Для цього припустимо, що має місце деяка невизначеність при встановленні необхідного результату операцій  $y^{нб}$ . Якщо ця невизначеність

нестохастичного характеру, то вводять функцію приналежності  $\mu_A(y)$  для нечіткої випадкової події  $A = \{\hat{y}(u) \geq \tilde{y}^{nb}\}$ .

У записі події  $A$  змінна  $\hat{y}(u)$  є випадковою величиною з функцією розподілу  $F_u(y)$ , але  $\tilde{y}^{nb}$  є невизначеною змінною нестохастичного характеру з функцією приналежності  $\mu_A(y)$ . Нечітку (лінгвістичну) змінну позначено символом  $\tilde{y}^{nb}$ .

При цьому нечітка випадкова подія  $A$  розглядається наступним чином. Як відомо з теорії ймовірності, випадкова подія  $A$  є підмножиною простору елементарних подій  $E$ , тобто  $A \subset E$ . Припустимо, що  $A$  є нечіткою підмножиною множини  $E$ , тобто  $A \subset E$ , яка задана функцією приналежності  $\mu_A$ . Для спрощення розглянемо випадок, коли  $E$  є не більше ніж розрахунковий. Кожній елементарній події  $e_i \in E$  ставиться у відповідність не лише ймовірність її настання  $P(e_i)$ , але і міра приналежності  $e_i$  підмножині  $A$ , тобто маємо  $\mu_A(e_i)$ ,  $0 \leq \mu_A(e_i) \leq 1$ . Щоб знайти ймовірність настання нечіткої випадкової події  $A$ , слід по усіх елементарних подіях  $e_i \in E$  підсумувати добутки  $\mu_A(e_i)P(e_i)$ :

$$P(A) = \sum_{i=1}^n \mu_A(e_i)P(e_i). \quad (22)$$

Останній запис являє собою математичне очікування дискретної випадкової величини  $\mu_A$ . Таким чином, ймовірність настання нечіткої випадкової події є математичним очікуванням функції приналежності нечіткої події:

$$P(A) = M[\mu_A]. \quad (23)$$

Якщо метою операції є досягнення результату  $y(u)$  не нижче необхідного рівня при нечіткому завданні останнього, то функцію відповідності вводиться по аналогії з виразом (15):

$$\rho[\hat{y}(u), \tilde{y}^{nb}] = \begin{cases} 1, & \text{якщо } \hat{y}(u) \geq \tilde{y}^{nb}; \\ 0, & \text{якщо } \hat{y}(u) < \tilde{y}^{nb}; \end{cases} \quad (24)$$

Тоді маємо:

$$M\{\rho[\hat{y}(u), \tilde{y}^{nb}]\} = P[\hat{y}(u) \geq \tilde{y}^{nb}] = M[\mu(y^{nb})]. \quad (25)$$

В загальному випадку це можна записати у вигляді:

$$P[\hat{y}(u) \geq \tilde{y}^{nb}] = \int_E \mu_1(y) dF(y), \quad (26)$$

де  $E$  – область зміни випадкових чинників.

В той час можна зазначити, що в якості функції відповідності в таких умовах може бути використана і сама функція приналежності:

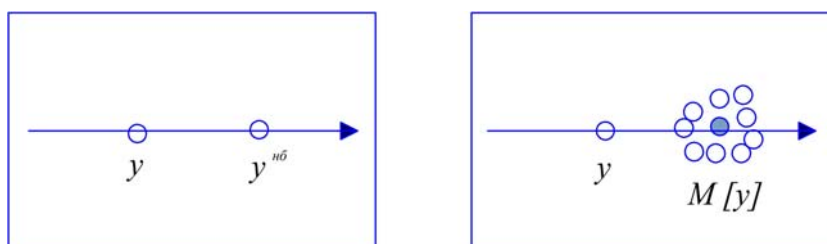
$$P[\hat{y}(u), \tilde{y}^{nb}] = \mu_A(y^{nb}). \quad (27)$$

Іноді в якості показника ефективності в умовах, коли результат описується випадковою величиною, використовують характеристику розсіяння реального результату відносно необхідного значення або відносно математичного очікування. Функції відповідності в цьому випадку мають вигляд:

$$\rho(y, y^{nb}) = [\hat{y}(u) - y^{nb}]^2; \quad (28)$$

$$\rho(y, y^{nb}) = \{\hat{y}(u) - M[y(\hat{u})]\}^2. \quad (29)$$

Графічна ілюстрація цих функцій відповідності щодо показників розсіювання результату приведена на рис. 6.



а

б

Рисунок 6 – Графічна ілюстрація для функції відповідності щодо показників розсіювання результатів:  
а – початковий момент; б – момент розсіювання

Джерело: розроблено авторами

У першому випадку (рис. 6 а) показник ефективності є математичним очікуванням квадрату відхилення реального результату від необхідного:

$$W(u) = M[\rho(y, y^{нб})] = M[\hat{y}(u) - y^{нб}]^2, \quad (30)$$

а в другому випадку (рис. 6 б) - дисперсія реального результату:

$$W(u) = M\{\hat{y}(u) - M[\hat{y}(u) - y^{нб}]\}^2 = D^2[\hat{y}(u)]. \quad (31)$$

На практиці досліджень ефективності транспортних систем показники (30) і (31) використовують як допоміжні.

В якості показника ефективності операцій в транспортних системах, пов'язаних з розпізнаванням певних ситуацій методи теорії статистичних рішень рекомендують вибирати середні втрати, наприклад середній ризик, які з'являються при неправильному помилковому розпізнаванні або їх детермінуванні.

У цих випадках в якості функції відповідності приймається функція втрати  $\Pi_{ij}$ , пов'язана з тим, що транспортна система, що функціонує в ситуаціях, що описуються множиною  $H_i$ , була помилково (при  $i \neq j$ ) віднесена до множини  $H_j$ . При цьому функція відповідності має вигляд:

$$\rho[y(u), y^{нб}] = \Pi_{ij}. \quad (32)$$

Нехай  $P(H_i)$  – ймовірність того, що функціонування транспортної системи характеризується множиною  $H_i$ ;  $P_u(H_j|H_i)$  - умовна ймовірність її віднесення з множини  $H_i$  до множини  $H_j$ . Це так звана ймовірність помилки при  $i \neq j$ .

Показник ефективності операції по розпізнаванню або детермінації транспортних систем записується у вигляді середніх втрат (байєсівський середній ризик):

$$W(u) = M[\rho] = \sum_i \sum_j \Pi_{ij} P(H_i) P_u(H_j|H_i). \quad (33)$$

В цьому випадку також показник ефективності є математичним очікуванням функції відповідності  $\rho = \Pi_{ij}$ . Індекс  $i$  в записі умовної ймовірності  $P_u(H_j|H_i)$  показує, що вона залежить від стратегії розпізнавання або детермінації  $u \in U$ .

Різні форми функції відповідності і показника ефективності зібрані в таблиці 1.

Таблиця 1 – Форми показників ефективності і функцій відповідності

Назва показника ефективності	Показник ефективності $W(u) = M\{\rho(y(u), y^{nb})\}$	Функція відповідності $\rho(y(u), y^{nb})$	Необхідний результат $y^{nb}$	Примітка
Ймовірність випадкової події	$P_u(A)$	$\rho = \begin{cases} 1, \text{ якщо} \\ \text{настало } A; \\ 0, \text{ якщо не} \\ \text{настало } A \end{cases}$	Випадкова подія А	-
Ступінь ймовірності гарантії досягнення результатів не нижче необхідного рівня	$P(\hat{y}(u) \geq y^{nb}) = 1 - F(y^{nb})$	$\rho = \begin{cases} 1, \text{ якщо} \\ y(u) \geq y^{nb}; \\ 0, \text{ якщо} \\ \hat{y}(u) < y^{nb} \end{cases}$	Задано параметром $y^{nb}$	-
	$P(\hat{y}(u) \geq \tilde{y}^{nb}) = M[\mu(y^{nb})]$		$y^{nb}$ нечітка змінна з функцією приналежності $\mu$	
	$P(\hat{y}(u) \geq \hat{y}_H) = \int F_H(y) df(y)$		$y^{nb}$ випадкова змінна $\hat{y}_H$ з функцією розподілу $F_H(y)$	
Середній результат	$M[y(u)]$	$\rho = y(u)$	Не визначено або $y^{nb} = \max(\min)y(u)$	Якщо $y(u)$ не випадкова змінна, то $W(u) = y(u)$
Середній квадрат відхилення результату від необхідного	$M[(y(u) - y^{nb})^2]$	$\rho = (y(u) - y^{nb})$	Задано параметром $y^{nb}$	-
Дисперсія результату	$D[\hat{y}(u)]$	$\rho = (\hat{y}(u) - M[y(u)])^2$	Не визначено	Результат $y(u)$ є випадковою величиною
Ймовірнісно-гарантований результат	$y_\alpha$	$\rho = F^{-1}(1 - \alpha) = y_\alpha$	Задана ступінь гарантії $\alpha$	-
Середній (байесовський) ризик (середні втрати)	$\sum_i \sum_j \Pi_{ij} P(H_i) P\left(\frac{H_j}{H_i}\right)$	$\rho = \Pi_{ij}$	Не визначено	$\Pi_{ij}$ є функцією втрат

Джерело: розроблено авторами

Розглянемо один із способів введення показника ефективності для випадку ситуацій за наявності невизначеності в поведінці транспортної системи.

Нехай має місце ситуація, коли на результат операції впливає не лише вибір стратегії  $u \in U$  ОПР, але і вибір стратегії  $v$  опонентом з відомої множини припустимих стратегій  $V$ .

У цьому випадку результат операції  $y(u, v)$  залежить від множини стратегій  $u \in U$  і  $v \in V$ . Функція відповідності, відобразить міру відповідності реального результату операції необхідному:

$$\rho = \rho[y(u, v), y^{нб}]. \quad (34)$$

За наявності випадкових чинників математичне очікування функції відповідності (умовний показник ефективності) матиме вигляд:

$$W(u, v) = M\{\rho[y(u, v), y^{нб}]\}. \quad (35)$$

Сформулюємо гіпотезу поведінки опонента: він вибирає стратегії  $v \in V$  так, щоб при будь-якій стратегії ОПР  $u \in U$  мінімізувати міру відповідності реального результату операції бажаному для ОПР. Як бачимо, інтереси опонента протилежні до інтересів ОПР. В даних умовах в якості показника ефективності для ОПР можна вибрати мінімальне значення  $W(u, v)$  для кожної стратегії  $u \in U$ :

$$W(u, v) = \min_{v \in V} M\{\rho[y(u, v), y^{нб}]\}. \quad (36)$$

Значимо, що функція відповідності  $\rho[y(u, v), y^{нб}]$  у виразі (36) може набирати будь-якого вигляду з тих, які були вже розглянуті. При цьому функція відповідності може виражати: - ймовірність випадкової події; середній результат; імовірнісну гарантію отримання необхідного результату; імовірнісно-гарантований результат; імовірнісну гарантію того, що реальний результат буде не менше необхідного при випадковому характері як реального, так і необхідного результатів; середню міру перевищення випадкової величини отриманого результату над невизначеною величиною необхідного результату; розсіювання результатів; усереднений ризик та ін.

Показник ефективності для даних ситуацій включає часткові показники. При будь-якій стратегії опонента і фіксованій стратегії ОПР  $W(u) < W(u, v)$ , тобто  $W(u)$  є нижньою межею середнього значення функції відповідності реального результату операції необхідного для ОПР.

#### **Висновки та перспективи подальших досліджень.**

1. Розроблено підхід до визначення показника ефективності реалізації операції в транспортних системах, що є мірою відповідності фактичного результату операцій бажаному та наведено алгоритм його визначення.

2. Дано графічну інтерпретацію функції розподілу результату операції, показано схеми оцінки імовірнісної гарантії, розглянуто перелік вимог, яким повинен задовольняти показник ефективності та форми його виміру.

3. Сформульовано принципи використання характеристики розсіяння реального результату відносно необхідного значення або математичного очікування в якості показника ефективності за умов опису результату досліджень випадковою величиною та дано їх графічне відображення.

4. З'ясовано, що термін безвідмовної роботи транспортної системи і період часу активного її функціонування можуть мати випадковий характер. Необхідний результат в цих умовах описується випадковою змінною, яка дає можливість сформувати мінімально необхідний результат та навести відповідні форми показників ефективності і функцій відповідності.

5. Виявлено, що інтегральний показник ефективності реалізації операцій для конкретних ситуацій включає часткові показники. При будь-якій стратегії опонента і фіксованій стратегії особи, що приймає рішення значення інтегрального показника буде меншим за математичне очікування функції відповідності. При цьому математичне

очікування функції відповідності є нижньою межею її середнього значення реального результату операції.

## Список літератури

1. Аулін В.В., Голуб Д.В., Гриньків А.В., Лисенко С.В. Методологічні і теоретичні основи забезпечення та підвищення надійності функціонування автомобільних транспортних систем: монографія під заг. ред. д.т.н., проф. Ауліна В.В. Кропивницький: Видавництво ТОВ "КОД", 2017. 370 с.
2. Аулін В.В., Голуб Д.В., Замуренко А.С. Підвищення ефективності транспортного процесу формування інформаційних потоків в системі перевезень вантажів. *Інноваційні технології розвитку машинобудування та ефективного функціонування транспортних систем*: зб. тез II Міжнар. наук.-техн. інтернет-конф., 25-27 березня 2020 року. Рівне : НУВГП, 2020. С. 41-43.
3. Основы теории систем и системного анализа: учеб. пособ. / Бурименко Ю.И., Галан Л.В., Лебедева И.Ю., Щуровская А.Ю. Основы. Одесса: ОНАС им. А.С. Попова, 2015. 136 с.
4. Аулін В.В., Голуб Д.В., Замуренко А.С. Вплив умов застосування і способів використання активних засобів управління на ефективність функціонування транспортних систем. *Автомобільний транспорт та інфраструктура*: зб. тез IV Міжнар. наук.-практ. інтернет-конф., 21-23 квітня 2021 року. Київ : НУБіП, 2021. С. 37-40.
5. Аулін В.В., Голуб Д.В. Реалізація фізико-інформаційного підходу дослідження проблеми підвищення надійності та ефективності функціонування транспортних систем. *Вісник Харківського національного автомобільно-дорожнього університету*. Харків: ХНАДУ. 2018. Вип. 81. С. 3-10.
6. Аулін В.В., Голуб Д.В., Біліченко В.В., Замуренко А.С. Формування показників оцінки ефективності транспортного процесу перевезень. *Вісник машинобудування та транспорту*. 2020. №1(11). С.5-10.
7. Кононюк А. Е. Системология. Общая теория систем. В 4-х кн. Кн 1. К.: Освіта України, 2014. 564 с.
8. Флейшман Б.С. Элементы теории потенциальной эффективности сложных систем. Изд. 2-е перераб. Смоленск: Изд-во «Ойкумена», 2008. 228 с.
9. Капица С. П., Курдюмов С. П., Малинецкий Г. Г. Синергетика и прогнозы будущего. 3-е изд. М. : Едиториал УРСС, 2003. 288 с.
10. Wanghong Lia, Wade D. Cooka, Zhepeng Lia and Joe Zhu Efficiency measurement for hierarchical situations. *Journal of the operational research society*. 2019. Vol. 72 (3). P. 654 - 662.
11. Аулін В.В., Голуб Д.В., Біліченко В.В., Великодний Д.О. Методологія підходів до дослідження шляхів і сукупності факторів забезпечення належного рівня ефективності і надійності транспортних систем. *Вісник машинобудування та транспорту*. 2017. №2. С. 4-14.
12. Kazemi Matin R., Najafi S. Aggregation of farrell efficiency indices: input oriented with cost function. *Journal of operational research and its applications (journal of applied mathematics)*. 2014. 11(1 (40)). P. 105-117.
13. Simar L., Zelenyuk V. Statistical inference for aggregates of Farrell-type efficiencies: Discussion. Institut de Statistique, Universite Catholique de Louvain (Belgium). Louvain, 2003. 27 p.
14. Аулін В.В., Голуб Д.В., Гриньків А.В. Критерії реалізації процесів забезпечення та підвищення надійності і ефективності функціонування транспортних систем. *Наукові нотатки: міжвуз. зб.* Луцьк: Луцький НТУ. 2018. №62. С.12-16.

## References

1. Aulin, V.V., Golub, D.V., Grinkiv, A.V. & Lisenko, S.V. (2017). Metodologichni i teoretichni osnovi zabezpechennya ta pidvishennya nadijnosti funkcionuvannya avtomobilnih transportnih sistem [Methodological and theoretical bases of maintenance and increase of reliability of functioning of automobile transport systems] . V.V. Aulin (Ed.). Kropivnickij: Vidavnicтво TOV "KOD" [in Ukrainian].
2. Aulin, V.V., Holub, D.V. & Zamurenko, A.S. (2020). Pidvyschennia efektyvnosti transportnoho protsesu formuvanniam informatsijnykh potokiv v systemi perevezen' vantazhiv [Improving the efficiency of the transport process of forming information flows in the system of cargo transportation] . Zbirnyk tez II Mizhnarodnoi naukovo-tekhnichnoi internet-konferentsii «Innovatsijni tekhnolohii rozvytku mashynobuduvannia ta efektyvnogo funktsionuvannia transportnykh system», 25-27 bereznia 2020 roku. Rivne : NUVHP. P. 41-43. [in Ukrainian].
3. Burimenko, Ju.I., Galan, L.V., Lebedeva, I.Ju. & Shhurovskaia, A.Ju. (2015). *Osnovy teorii sistem i sistemnogo analiza [Fundamentals of systems theory and systems analysis]* . Odessa: ONAS im. A.S. Popova [in Russian].

4. Aulin, V.V., Holub, D.V. & Zamurenko, A.S. (2021). Vplyv umov zastosuvannya i sposobiv vykorystannya aktyvnykh zasobiv upravlinnia na efektyvnist' funktsionuvannya transportnykh system / Zbirnyk tez IV Mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi internet-konferentsii «Avtomobil'nyj transport ta infrastruktura», 21-23 kvitnia 2021 roku. - Kyiv : NUBiP, – S. 37-40. [in Ukrainian].
5. Aulin, V.V. & Holub, D.V. (2018). Realizatsiia fizyko-informatsijnoho pidkhodu doslidzhennia problemy pidvyschennia nadijnosti ta efektyvnosti funktsionuvannya transportnykh system [Implementation of a physical-information approach to the study of the problem of improving the reliability and efficiency of transport systems] . *Visnyk Kharkivs'koho natsional'noho avtomobil'no-dorozhn'oho universytetu – Bulletin of Kharkiv National Automobile and Road University. Vol. 81.* 3-10. [in Ukrainian].
6. Aulin, V.V., Holub, D.V., Bilichenko, V.V. & Zamurenko, A.S. (2020). Formuvannya pokaznykiv otsinky efektyvnosti transportnoho protsesu perevezen [Formation of indicators for assessing the efficiency of the transport process]. *Visnyk mashynobuduvannya ta transportu – Bulletin of Mechanical Engineering and Transport. 1(11).* 5-10. [in Ukrainian].
7. Kononiuk, A. E. (2014). *Systemolohyia. Obschaia teoriya system [Systemology. General systems theory].* (Vols 1-4; Vol. 1). Kyiv: Osvita Ukrainy. [in Russian].
8. Flejshman, B.S. (2008). *Jelementy teorii potencial'noj jeffektivnosti slozhnyh sistem. Izdanie vtoroje pererabotannoe [Elements of the theory of potential efficiency of complex systems].* Smolensk: Izd-vo «Ojkumena» [in Russian].
9. Kapica, S.P., Kurdjumov, S.P. & Malineckij, G.G. (2003). *Sinergetika i prognozy budushhego [Synergetics and future forecasts].* (3-d ed.). Moskow : Editorial URSS [in Russian].
10. Wanghong Lia, Wade D. Cooka, Zhepeng Liaand Joe Zhu. (2019). Efficiency measurement for hierarchical situations. *Journal of the operational research society, Vol. 72 (3).* P. 654 - 662.
11. Aulin, V.V., Holub, D.V., Bilichenko, V.V. & Velykodnyj, D.O. (2017). Metodolohiia pidkhodiv do doslidzhennia shliakhiv i sukupnosti faktoriv zabezpechennia nalezhnogo rivnia efektyvnosti i nadijnosti transportnykh system [Methodology of coming to the end of the road and success factors in securing the proper level of efficiency and reliability of transport systems]. *Visnyk mashynobuduvannya ta transportu – Bulletin of Mechanical Engineering and Transport. №2.* 4-14. [in Ukrainian].
12. Kazemi Matin R. & Najafi S. (2014). Aggregation of farrell efficiency indices: input oriented with cost function. *Journal of operational research and its applications (journal of applied mathematics). 11(1 (40)).* P. 105-117.
13. Simar, L. & Zelenyuk, V. (2003). *Statistical inference for aggregates of Farrell-type efficiencies: Discussion.* Institut de Statistique, Universite Catholique de Louvain (Belgium). Louvain
14. Aulin, V.V., Holub, D.V. & Hryn'kiv, A.V. (2018). Kryterii realizatsii protsesiv zabezpechennia ta pidvyschennia nadijnosti i efektyvnosti funktsionuvannya transportnykh system [Criteria for the implementation of processes to ensure and improve the reliability and efficiency of transport systems]. *Mizhvuzivs'kyj zbirnyk "Naukovi notatky" – Scientific notes: interuniversity. zb. №62.* 12-16. [in Ukrainian].

**Vktor Aulin**, Prof., DSc., **Dmytro Holub**, Assoc. Prof., PhD tech. sci., **Artem Zamurenko**, post-graduate, **Andriy Grinkiv**, Senior Researcher, PhD tech. sci., **Sergiy Lisenko**, Assoc. Prof., PhD tech. sci., **Viktoria Dyachenko**, post-graduate

*Central Ukrainian National Technical University, Kropyvnytskyi, Ukraine*

### **Theoretical System-oriented Approach to Determining the Integrated Indicator of the Efficiency of Operations in Transport Systems**

An approach to determining the efficiency of the operation in transport systems, which is a measure of compliance with the actual result of operations desired, and therefore is a measure of guarantee or probability that the service life of the transport service will be no less than necessary. The algorithm of its definition is given and the functions of distribution of result of operation are graphically represented, schemes of estimation of probabilistic guarantee are shown. The list of requirements which the indicator of efficiency and forms of its measurement should satisfy is considered.

It was found that in the study of the effectiveness of operations is a common indicator of the average result, which is used in cases where the purpose of the operation is expressed by a numerical variable.

It was found that an important property of the indicator of the average result is its additivity, and the increase in the quantitative indicator of periodicity leads to a decrease in the quality of the transport system and failure to fulfill the property of additivity. It is proposed as a result of the operation to increase the reliability of the transport system to assume that the period of its trouble-free operation was not less than the period of time of active operation of this system.

The principles of using the scattering characteristic of a real result relative to the required value or mathematical expectation as an indicator of efficiency under the conditions of describing the result by a random

variable are given. A graphical illustration of the matching functions with respect to the scattering indices of the result is given.

It is found that the period of trouble-free operation of the transport system and the period of time of active work can be random, ie the desired result in these conditions is described by a random variable, which is usually the minimum required result. Forms of efficiency indicators and compliance functions are given.

It was found that the performance indicator for these situations includes partial indicators. With any strategy of the opponent and the fixed strategy of the decision-maker, the efficiency of the operation will be less than the mathematical expectation of the correspondence function. Thus, the mathematical expectation of the correspondence function is the lower limit of the average value of the correspondence function of the actual result of the operation required for the decision maker.

**transport system, subsystem, indicator, efficiency, operation, probability, guarantee measure**

*Одержано (Received) 22.03.2021*

*Прорецензовано (Reviewed) 30.03.2021*

*Прийнято до друку (Approved) 26.04.2021*

**УДК 656.025.6**

DOI: [https://doi.org/10.32515/2664-262X.2021.4\(35\).247-253](https://doi.org/10.32515/2664-262X.2021.4(35).247-253)

**В.В. Аулін**, проф., д-р техн. наук

*Центральнoукраїнський національний технічний університет, м. Кропивницький, Україна  
e-mail: AulinVV@gmail.com*

**М.Є. Кристопчук**, доц., канд. техн. наук

*Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне,  
Україна  
e-mail: m.ie.krystopchuk@nuwm.edu.ua*

**О.П. Цьонь**, доц., канд. техн. наук, **М.Я. Сташків**, доц., канд. техн. наук, **М.В. Бабій**,  
канд. техн. наук

*Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, м. Тернопіль,  
Україна*

*e-mail: tson\_oleg\_@ukr.net*

**Ю.Д. Бодоряк**

*Науково-дослідний експертно-криміналістичний центр МВС України, м. Тернопіль,  
Україна*

## Глобальна криза від пандемії Covid-19 та її вплив на мобільність населення

Досліджено вплив пандемії спричиненої вірусом SARS-CoV-2 на транспорту галузь України та світу в цілому. Встановлено, що на початку пандемії Covid-19 в країна Європейського Союзу було зафіксовано відміну близько 90% від усіх авіарейсів, також спостерігалось зниження об'єму пасажирських перевезень індивідуальним транспортом на 60-90% та транспортом загального користування – на 50%. Проаналізовано статистичні дані Адміністрації Державної прикордонної служби України за 2019-2020 р. щодо фактів перетинання державного кордону України з Республікою Польща та встановлено значне зниження пасажиропотоку у 2020 році. Запропоновано, для підвищення безпеки та зниження ризику інфікування пасажирів Covid-19 при використанні пасажирського транспорту, що прямує у міжнародному сполученні, використовувати додаткове обладнання, яке виконане у формі захисних бар'єрів для забезпечення фізичного дистанціювання між пасажирями.

**пасажирський транспорт, пандемія Covid-19, інфікування пасажирів**